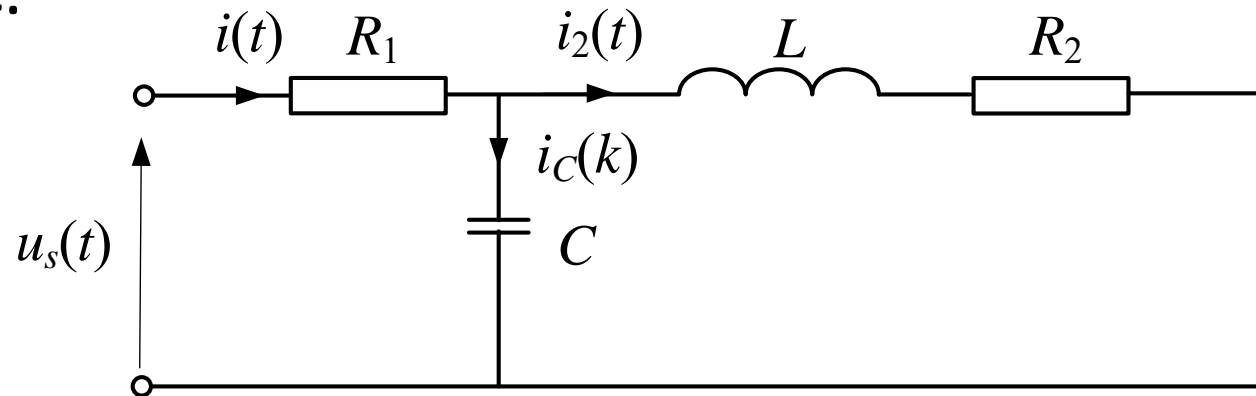


# Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

**Przykład 1.** Opracować model dynamiczny przedstawionej sieci RLC.

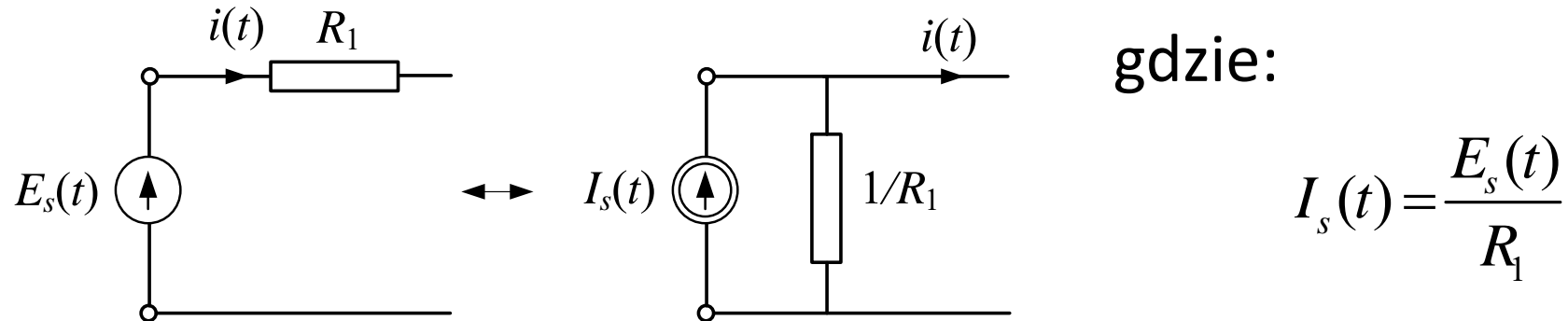


Parametry:  $R_1 = 1\Omega$ ,  $C = 97\mu\text{F}$ ,  $L = 0,05\text{H}$ ,  $R_2 = 0,5\Omega$ ;  
 $u_s = 100\cos(100\pi t + \pi/3)$ , krok modelowania  $T = 0,0001\text{s}$ .  
Przyjąć całkowanie metodą trapezów.

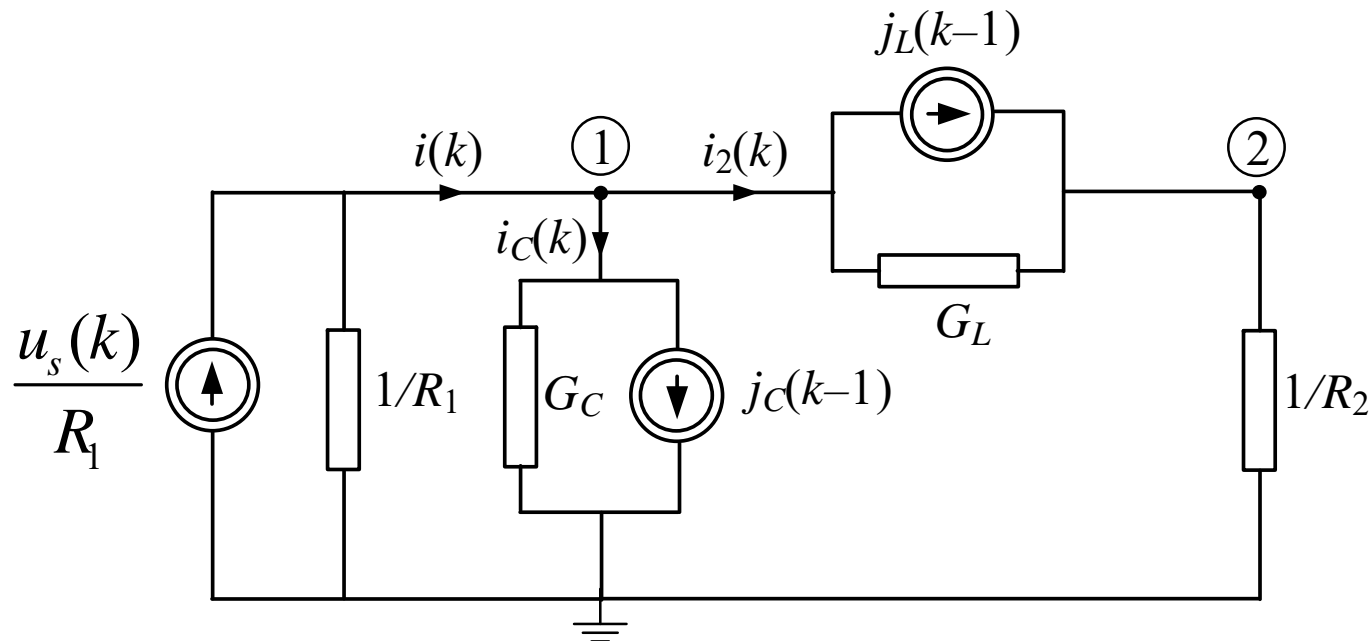
**1.** Oznaczyć węzły (jeden węzeł odniesienia) i przedstawić sieć w postaci prądowo-przewodnościowej.

# Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Zamiana źródła napięciowego na źródło prądowe:



Inne modele na podstawie znanych zależności:



## Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

W gałęziach tej sieci zachodzą następujące związki:

$$u_s(k) = U_s \cos(100\pi k + \varphi), \quad i_s(k) = u_s(k) / R_1, \quad U_s = 100, \quad \varphi = \pi / 3$$

$$i_C(k) = G_C u_1(k) + j_C(k-1), \quad j_C(k-1) = -G_C u_1(k-1) - i_C(k-1), \quad G_C = \frac{2C}{T}$$

$$i_L(k) = G_L (u_1(k) - u_2(k)) + j_L(k-1), \quad G_L = \frac{T}{2L},$$

$$j_L(k-1) = G_L (u_1(k-1) - u_2(k-1)) + i_L(k-1)$$

Model sieci:

$$\mathbf{G}_{n_w \times n_w} \mathbf{u}_{n_w \times 1} = \mathbf{i}_{n_w \times 1}, \quad n_w = 2$$

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s(k) - j_C(k-1) - j_L(k-1) \\ j_L(k-1) \end{bmatrix},$$

$$g_{12} = -G_L \qquad g_{11} = -g_{12} + G_C + \frac{1}{R_1} = G_L + G_C + \frac{1}{R_1}$$

$$g_{12} = g_{21} \qquad g_{22} = -g_{21} + \frac{1}{R_2} = G_L + \frac{1}{R_2}$$

## Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Rozwiązanie równania dla kolejnych kroków  $k = 1, 2, \dots$ :

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{i}(k, k-1)$$

$$\begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_s(k) - j_C(k-1) - j_L(k-1) \\ j_L(k-1) \end{bmatrix}$$

z warunkami początkowymi:  $j_C(0) = j_{C0}$ ,  $j_L(0) = j_{L0}$

Po obliczeniu napięć w  $k$ -tym kroku można obliczyć historię źródeł prądowych dla następnego kroku:

$$j_C(k) = -G_C u_1(k) - i_C(k)$$

$$j_L(k) = G_L (u_1(k) - u_2(k)) + i_L(k)$$

W następnym kroku:  $k = k+1, \dots$

## Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

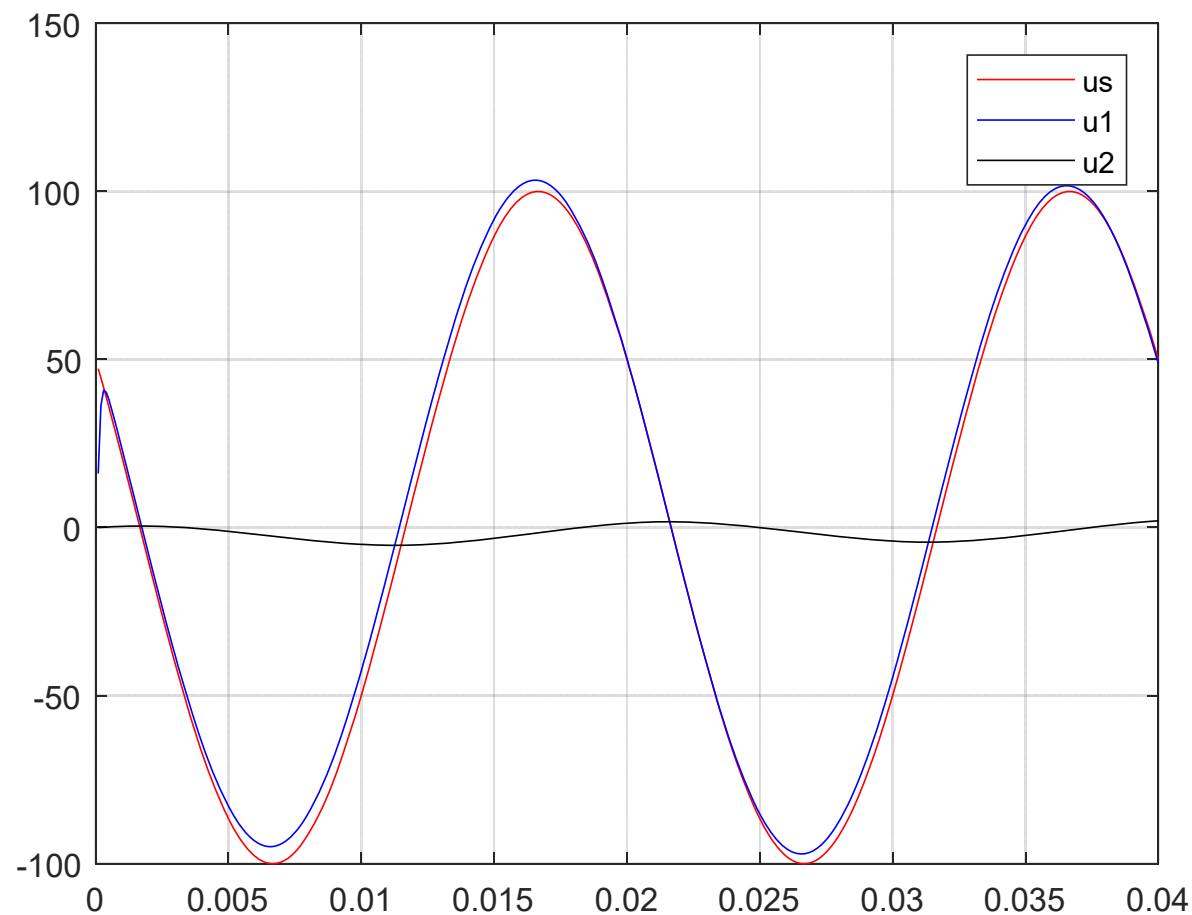
Program Przyklad1\_ASE.m ilustruje działanie tej procedury dla pokazanego przykładu.

Uwagi/dyskusja:

- Łatwo sprawdzić poprawność obliczeń dla wymuszenia w postaci:  $u_s(k) = 100 = \text{const}$
- Sprawdzić wyniki dla różnych kroków modelowania  $T$ .
- Wykonać obliczenia dla innych parametrów  $R, L, C$ .
- W proponowanym źródle napięciowym założono częstotliwość sygnału  $f = 50\text{Hz}$  ( $\omega = 2\pi f = 100$ ). Sprawdzić rozwiązanie dla  $f = 100\text{Hz}$ .
- Zmodyfikować sieć tak, aby usunąć węzeł 2 przez połączenie elementów RL w jedną gałąź. Wyprowadzić odpowiednie zależności i przeprowadzić symulację.

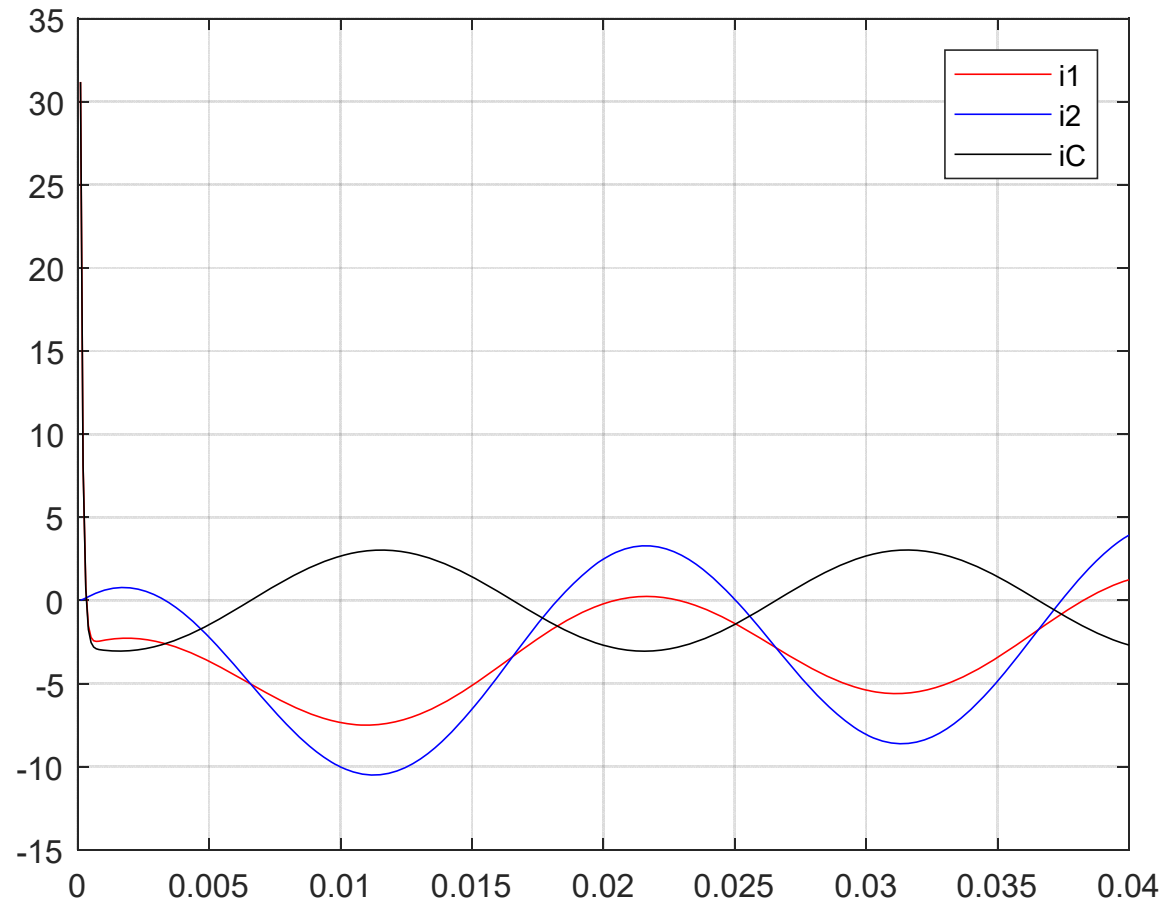
# Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Przebieg napięcia zasilającego oraz napięć węzłowych



# Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Wynik symulacji prądów w poszczególnych gałęziach. Widać niedopasowanie warunków początkowych do wymuszenia w postaci źródła napięciowego.



## Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci może być realizowane na jeden z dwóch sposobów:

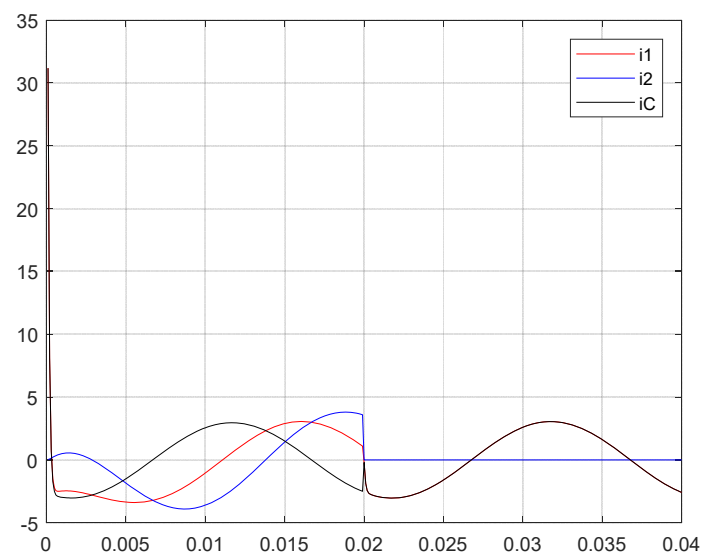
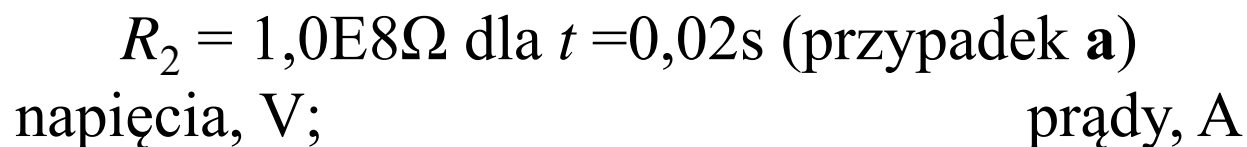
- Przez zmianę konfiguracji sieci w zależności od pozycji wyłącznika.
- Przez drastyczną zmianę parametrów elementu (opornika) odwzorowującego wyłącznik.

Ten drugi sposób jest pokazany w programie

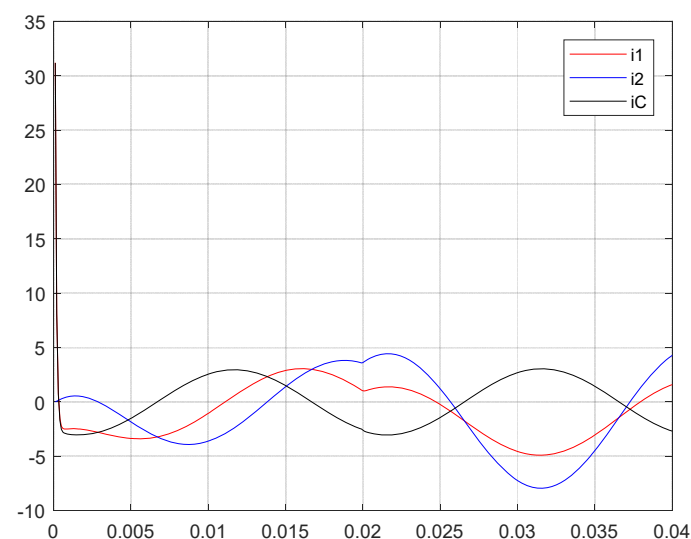
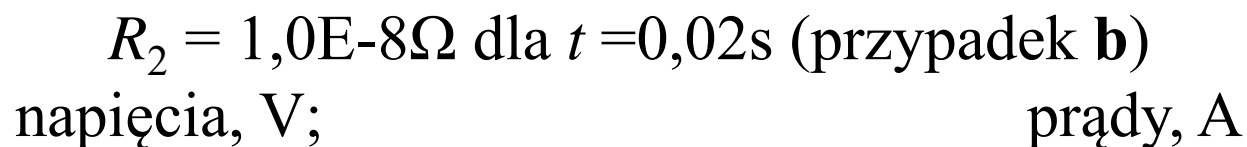
`Przyklad1_ASE_z.m`, gdzie w pętli symulacyjnej następuje w określonym kroku wzrost wartości opornika  $R_2$ , co symuluje odłączenie gałęzi RL. W tym przypadku następuje gwałtowna zmiana prądu płynącego przez indukcyjność, co rodzi problemy ze stabilnością numeryczną rozwiązania – powstają numeryczne oscylacje objawiające się dużymi przepięciami. Stabilizacja: urealnienie modelu indukcyjności przez równoległe włączenie określonej rezystancji.



# Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci



# Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci



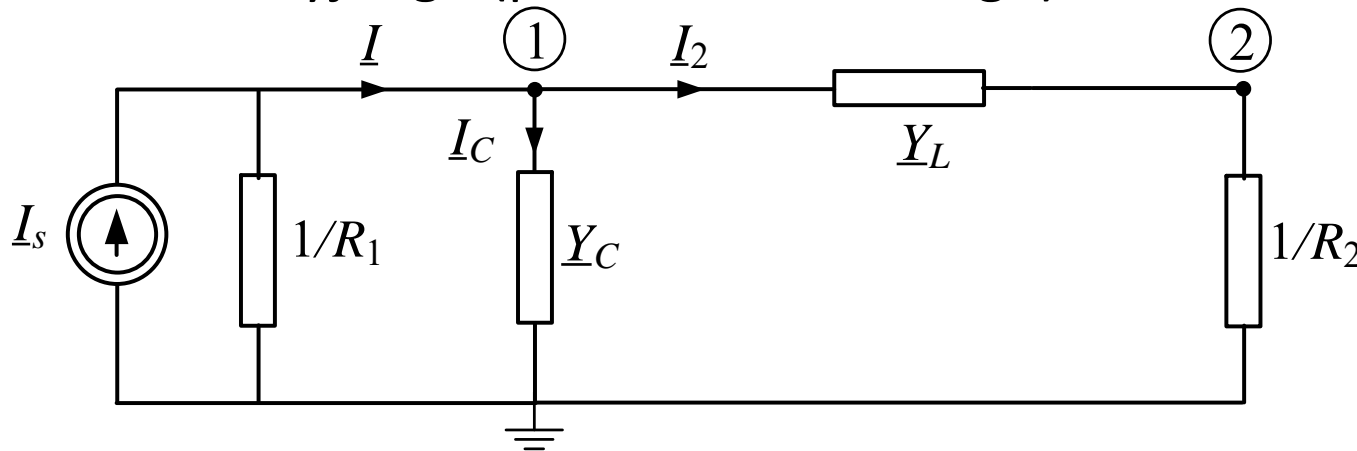
# Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

## Zadania/analizy

- Korzystając z programu Przyklad1\_ASE\_z.m, zbadać, jak zmieniają się oscylacje numeryczne w przebiegu napięć przy mniej drastycznym wzroście rezystancji  $R_2$ , np. do wartości  $1000\Omega$ .
- Zbadać dynamikę modelu dla przypadku b): zwarcie opornika  $R_2$ . Przyjąć początkową wartość  $R_2 = 20\Omega$ , która podczas zwarcia zmienia się do wartości  $1,0E-5\Omega$ .

## Ustalanie wartości początkowych w sieci

Wartości początkowe w sieci z elementami dynamicznymi  $L$ ,  $C$ , odnoszą się do wartości prądów i napięć określonych w poprzednim kroku symulacji ( $k-1$ ). Jest to szczególnie ważne w sieciach z wymuszeniem harmonicznym (sinusoidalnym), gdzie chcielibyśmy rozpocząć symulację od stanu ustalonego. Odpowiednie wielkości można obliczyć odwołując się do rozwiązania z zastosowaniem rachunku zespolonego. Dla rozważanego przykładu można skorzystać z modelu admitancyjnego (przewodnościowego) sieci:



gdzie:  $\underline{I}_s = \underline{U}_s / R_1 = I_s (\cos \omega t + j \sin \omega t)_{t=0}$     $\underline{Y}_C = j\omega C$     $\underline{Y}_L = -j/\omega L$

## Ustalanie wartości początkowych w sieci

Wygodnie jest zachować taką samą strukturę modelu sieci, jak w obliczeniach dynamicznych:

$$\begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{y}_{11} = \frac{1}{R_1} + j\omega C - \frac{j}{\omega L}$$

$$\underline{y}_{12} = \frac{j}{\omega L} = \underline{y}_{21}$$

$$\underline{y}_{22} = \frac{1}{R_2} - \frac{j}{\omega L}$$

oraz: 
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

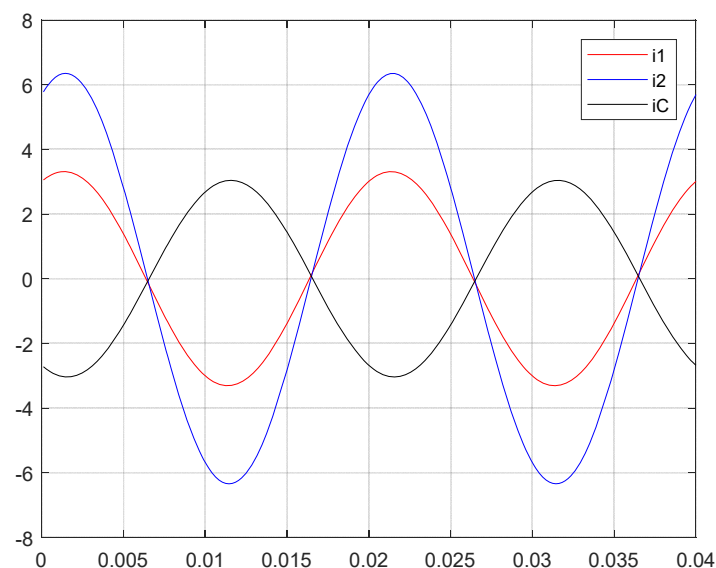
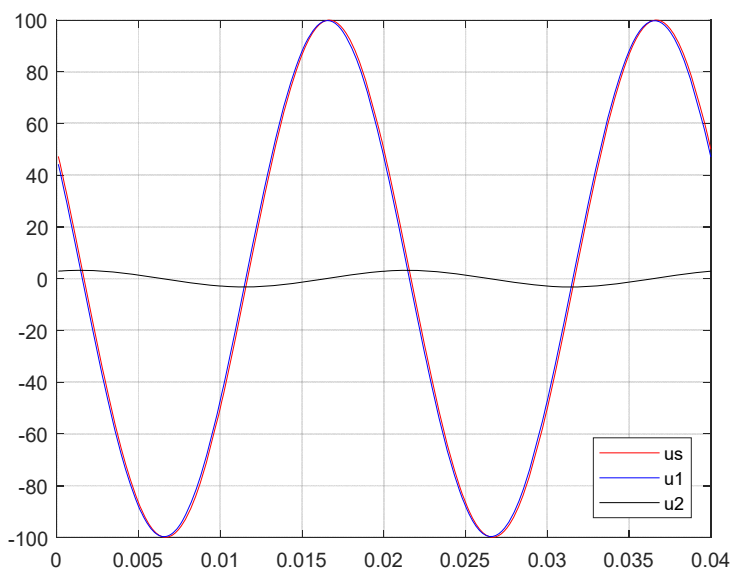
Stąd znajdujemy:

$$u_1(0) = \operatorname{Re}(\underline{U}_1) \quad u_2(0) = \operatorname{Re}(\underline{U}_2)$$

$$i_c(0) = \operatorname{Re}(j\omega C \underline{U}_1) \quad i_2(0) = \operatorname{Re}\left(\frac{-j}{\omega L}(\underline{U}_1 - \underline{U}_2)\right)$$

# Ustalanie wartości początkowych w sieci

Po obliczeniu w ten sposób wartości początkowych uzyskujemy na początku stan ustalony:



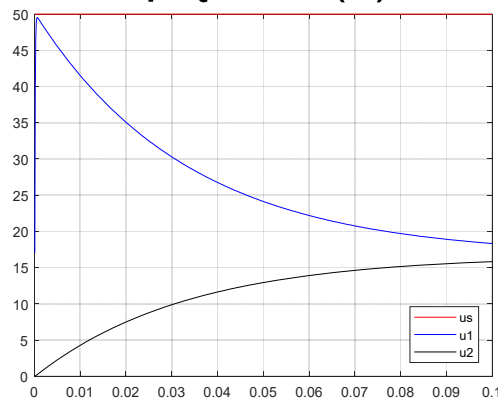
Można wówczas prowadzić symulacje różnych zjawisk na tle początkowego stanu ustalonego (sinusoidalnego).

# Ustalanie wartości początkowych w sieci

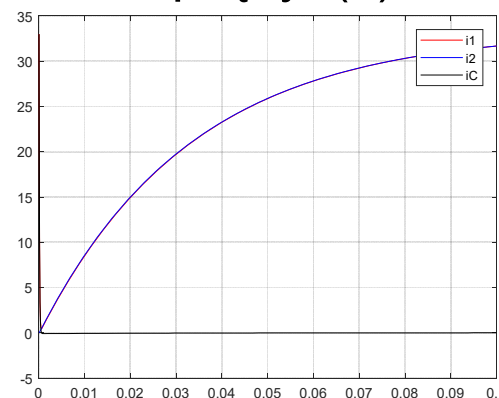
Przyjmując w tych obliczeniach bardzo małą wartość częstotliwości, np.  $f = 1\text{E-}6\text{Hz}$  można w ten sposób rozwiązywać również równania prądu stałego, na przykład, dla źródła napięciowego:

$$u_s = 100\cos(2\pi f t + \pi/3) \quad \text{dla } f = 1.0\text{e-}6, \quad u_s \approx 100\cos(\pi/3)$$

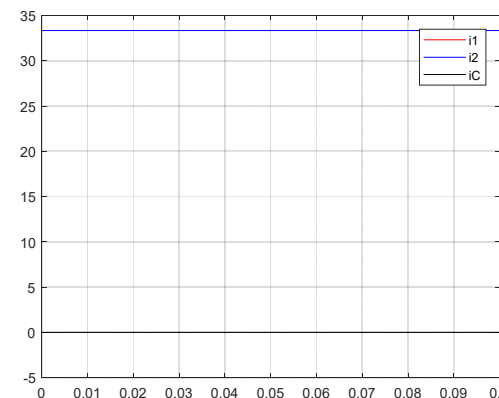
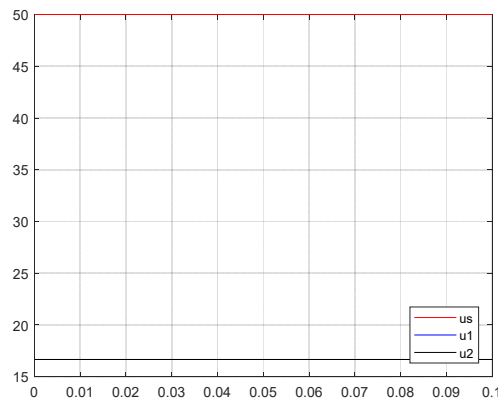
napięcia  $u(k)$



prądy  $i(k)$



Przebiegi dla zerowych warunków początkowych



Obliczone warunki początkowe

patrz plik:

Przyklad1\_ASE\_0\_DC.m

# Modelowanie sieci elektrycznej

## Uwagi ogólne

- Proponowane metody numeryczne zakładają stosowanie stałego kroku symulacji  $T$ , który należy dobrać z punktu widzenia minimalnych błędów całkowania szybkich przebiegów. Dzięki temu uzyskuje się bardzo efektywne algorytmy obliczeniowe.
- Według podobnych reguł obliczane są stany dynamiczne w złożonych sieciach elektrycznych. Można je także rozszerzać na inne środowiska: mechaniczne, hydrauliczne i inne.
- W celu rozszerzenia zakresu zastosowania należy program uzupełnić o:
  - edytor graficzny;
  - możliwość symulacji elementów o parametrach rozłożonych (linie długie);
  - możliwość symulacji sieci nieliniowych.



