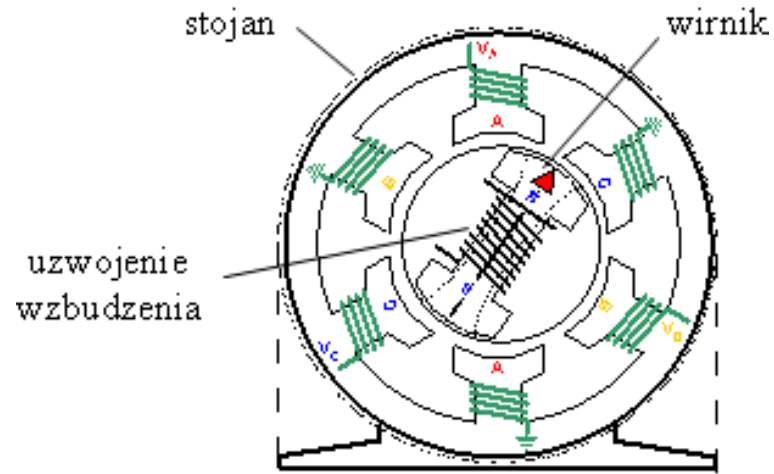
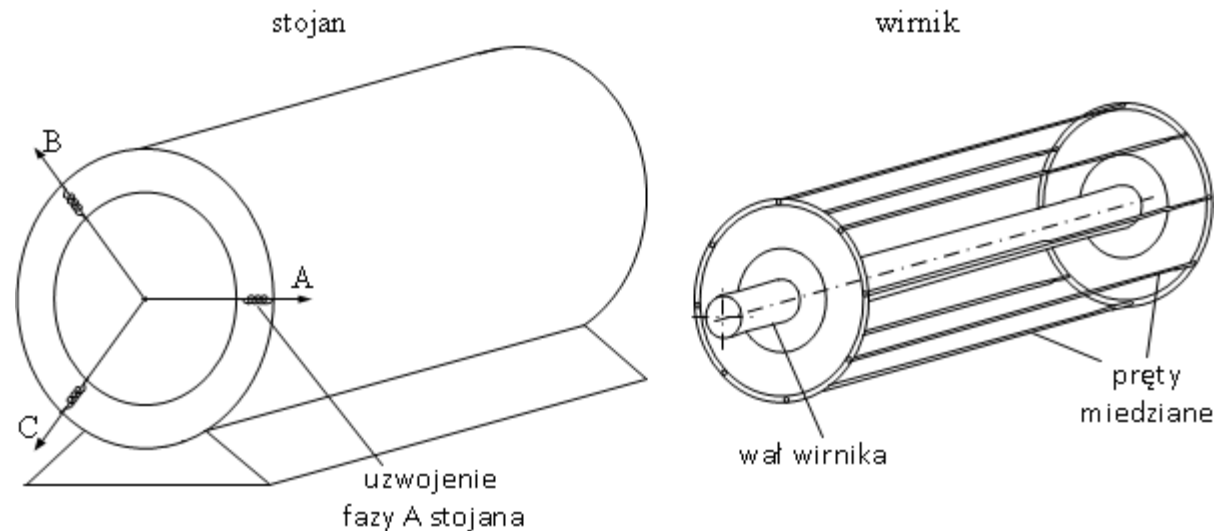


Modelowanie maszyn indukcyjnych

Maszyna synchroniczna:
(źródłem pola magnetycznego
może być także magnes trwały)

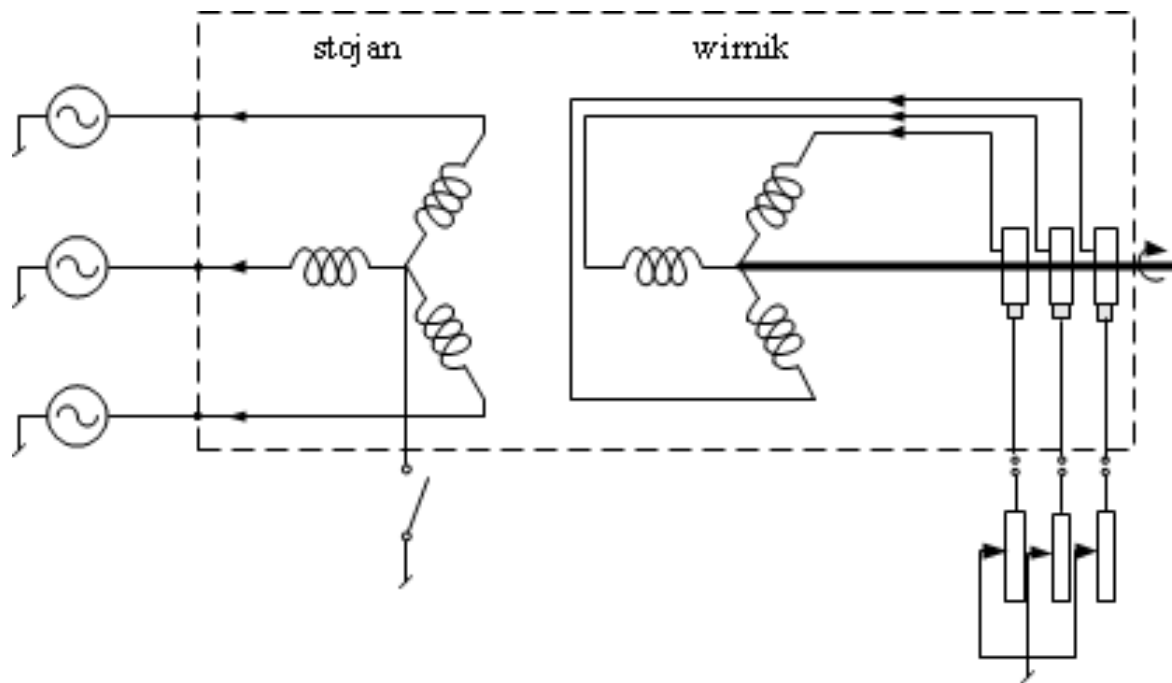


Maszyna indukcyjna klatkowa:



Modelowanie maszyn indukcyjnych

Maszyna indukcyjna pierścieniowa:



Modelowanie maszyn indukcyjnych

Kierunek wirowania obu pól: **stojana** i **wirnika** jest taki sam, zatem niezbędnym warunkiem indukowania się napięcia w uzwojeniu wirnika jest występowanie różnicy prędkości wirowania wirnika i pola elektromagnetycznych stojana. Wielkość ta jest określana przez **poślizg**:

$$s = \frac{n_1 - n_r}{n_1} = \frac{\omega_1 - \omega_r}{\omega_1}$$

n_r – prędkość obrotowa wirnika; n_1 - prędkość obrotowa synchroniczna:

$$n_1 = \frac{f_1 \cdot 60}{p} = \frac{\omega_1 \cdot 30}{\pi p}$$

p – liczba par biegunów maszyny.

Prędkość kątowna wirowania wirnika:

$$\omega_r = \frac{\omega_1(1-s)}{p}$$

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Model matematyczny maszyny indukcyjnej we współrzędnych fazowych:

$$\mathbf{u}_{sABC}(t) = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{sABC}(t) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{sABC}(t)$$

$$\mathbf{u}_{rABC} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{rABC}(t) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{rABC}(t)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{sABC}(t) = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{sABC}(t) + \mathbf{L}_m(\theta) \mathbf{i}_{rABC}(t)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{rABC}(t) = \mathbf{L}_r \mathbf{i}_{rABC}(t) + \mathbf{L}_m^T(\theta) \mathbf{i}_{sABC}(t)$$

$$\mathbf{u}_{sABC} = \begin{bmatrix} u_{sA} & u_{sB} & u_{sC} \end{bmatrix}^T \quad \text{– wektor napięć stojana,}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{sABC} = \begin{bmatrix} \psi_{sA} & \psi_{sB} & \psi_{sC} \end{bmatrix}^T \quad \text{– wektor strumieni stojana,}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_e = N_p \omega_m \quad \text{– kąt położenia wirnika względem stojana (faza A)}$$

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Ten model można zapisać w następującej postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ABC(s)} \\ -\mathbf{u}_{ABCr(r)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \\ & \mathbf{R}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ABC(s)} \\ \mathbf{i}_{ABCr(r)} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{ABC(s)} \\ \boldsymbol{\Psi}_{ABCr(r)} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{ABC(s)} \\ \boldsymbol{\Psi}_{ABCr(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ABC(s)} \\ \mathbf{i}_{ABCr(r)} \end{bmatrix}$$

przy czym, równania te są zapisane względem, odpowiednio, obwodów stojana i wirnika.

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Macierze rezystancji są diagonalne, natomiast macierze indukcyjności odzwierciedlają chwilowe położenie obu obwodów (wirnika i stojana) względem siebie:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ss} & -\frac{L_{Ms}}{2} & -\frac{L_{Ms}}{2} \\ -\frac{L_{Ms}}{2} & L_{ss} & -\frac{L_{Ms}}{2} \\ -\frac{L_{Ms}}{2} & -\frac{L_{Ms}}{2} & L_{ss} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{rr} & -\frac{L_{Mr}}{2} & -\frac{L_{Mr}}{2} \\ -\frac{L_{Mr}}{2} & L_{rr} & -\frac{L_{Mr}}{2} \\ -\frac{L_{Mr}}{2} & -\frac{L_{Mr}}{2} & L_{rr} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \gamma & \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_{rs} = \mathbf{L}_{sr}^T$$

Modelowanie maszyn indukcyjnych

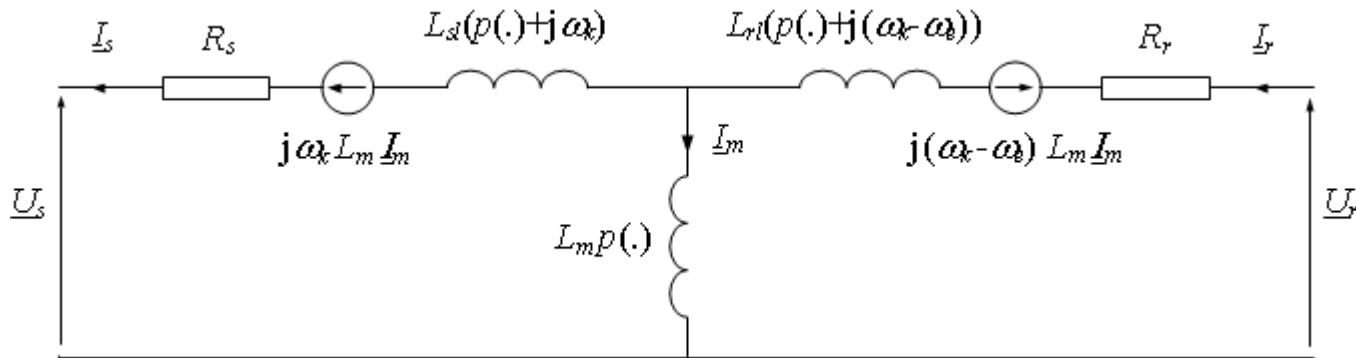
W celu uproszczenia analizy, naturalne obwody trójfazowe są przekształcane matematycznie do prostokątnego układu współrzędnych 0dq, wybierając w charakterze układu odniesienia płaszczyznę związaną ze stojanem (układ stacjonarny) lub z wirnikiem. W przypadku wyboru wirnika w charakterze płaszczyzny odniesienia, równania maszyny indukcyjnej przyjmują formę:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{0dq(s)} \\ -\mathbf{u}_{0dq(r)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0dq(s)} & \\ & \mathbf{R}_{0dq(r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{0dq(s)} \\ \mathbf{i}_{0dq(r)} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{0dq(s)} \\ \boldsymbol{\Psi}_{0dq(r)} \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega} & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{0dq(s)} \\ \boldsymbol{\Psi}_{0dq(r)} \end{bmatrix}$$

W ogólnym przypadku otrzymuje się następujący schemat zastępczy:

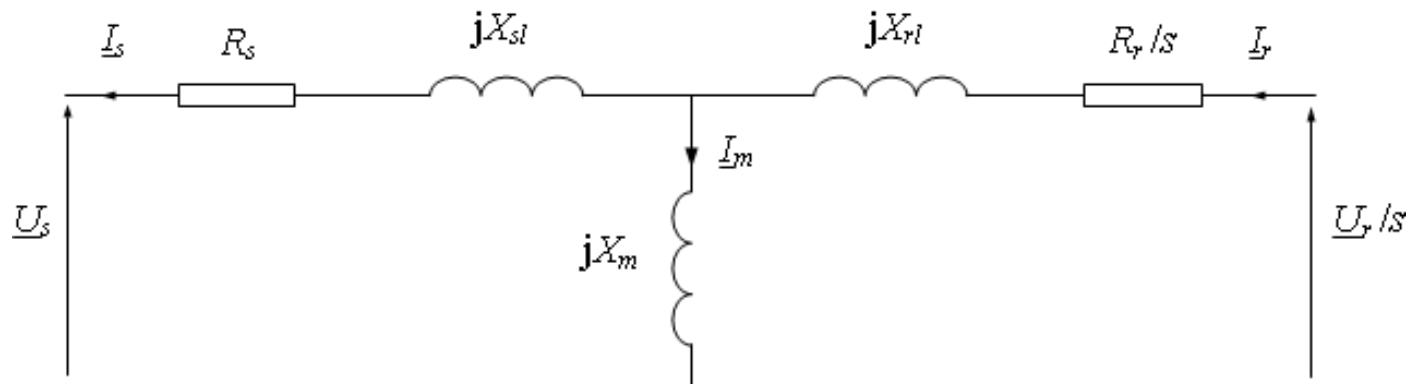
Modelowanie maszyn indukcyjnych

Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej – reprezentacja wektorowa:



W przypadku wyboru układu stacjonarnego (układ odniesienia związany ze stojanem), należy przyjąć: $\omega_k = 0$, natomiast przy związaniu układu odniesienia z wirnikiem: $\omega_k = \omega_r$

Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej w stanie ustalonym:



Modelowanie maszyn indukcyjnych

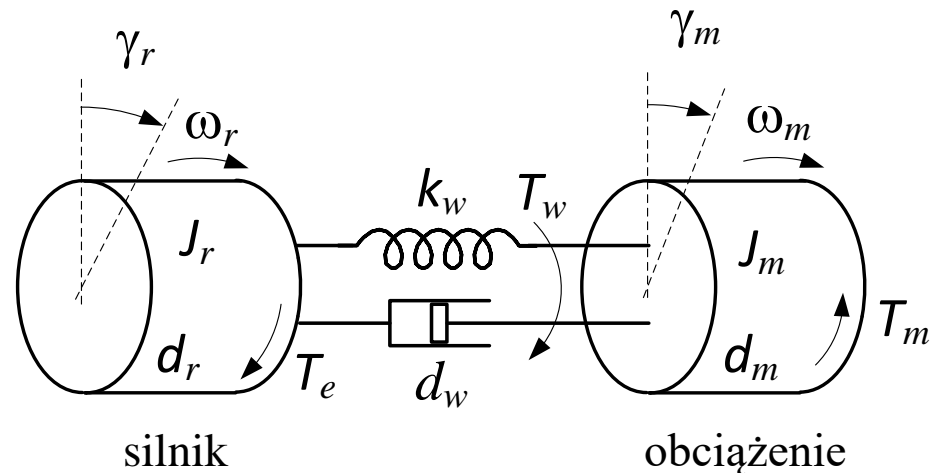
Układ mechaniczny wirujący: wirnik – sprzęgło - obciążenie

wirnik:

$$J_r \frac{d\omega_r}{dt} + d_r \omega_r = T_e - T_w$$

obciążenie:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} + d_m \omega_m = T_w - T_m$$



J_r – moment bezwładności wirnika ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

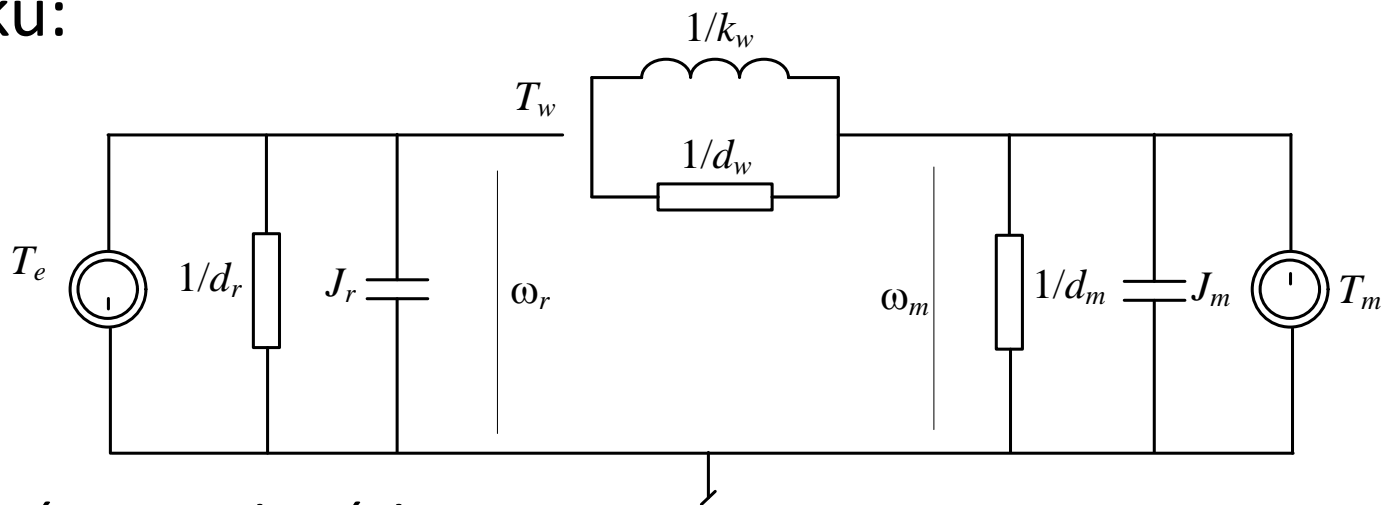
d_r – współczynnik oporów wirnika ($\text{N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})$)

sprzęgło:
$$d_w \frac{d(\gamma_r - \gamma_m)}{dt} + k_w (\gamma_r - \gamma_m) = T_w \quad \omega_r = \frac{d\gamma_r}{dt}$$

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Model obwodu mechanicznego

Zgodnie z zasadą równoważności, układ wirujący może być przedstawiony w postaci obwodu elektrycznego, jak na rysunku:



Zasada równoważności:

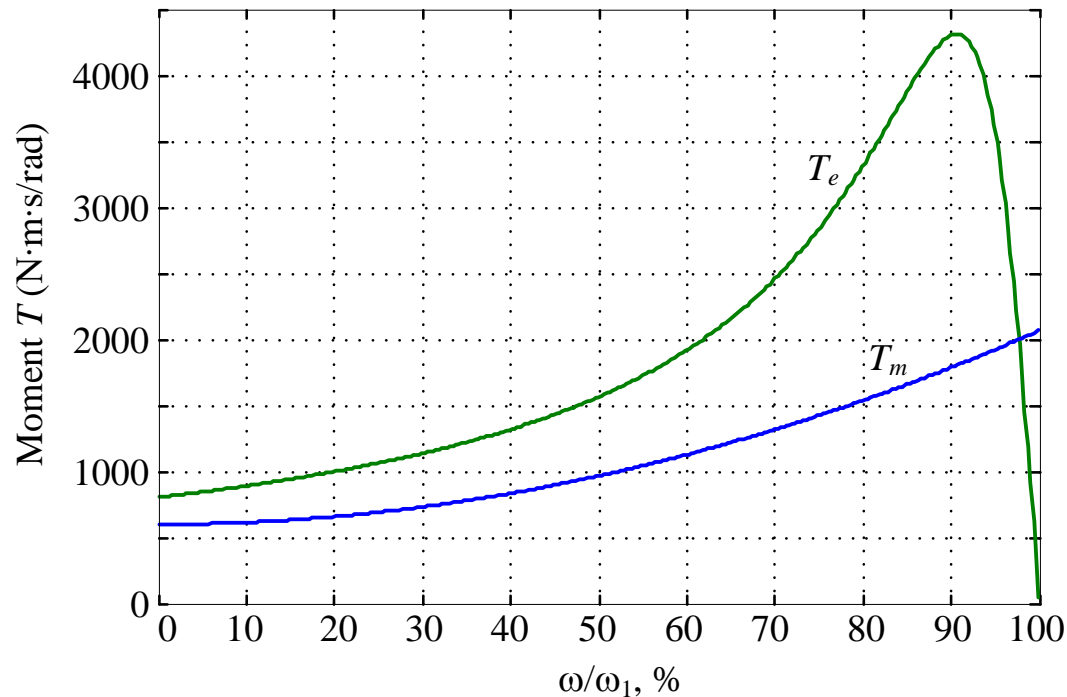
moment bezwładności \leftrightarrow pojemność: $J \text{ (kg}\cdot\text{m}^2) \leftrightarrow C \text{ (F)}$

moment napędowy \leftrightarrow źródło prądowe: $T \text{ (N}\cdot\text{m)} \leftrightarrow I \text{ (A)}$

współczynnik oporów (obrót) \leftrightarrow przewodność: $d \text{ (N}\cdot\text{m)} \leftrightarrow 1/R \text{ (S)}$

Modelowanie maszyn indukcyjnych

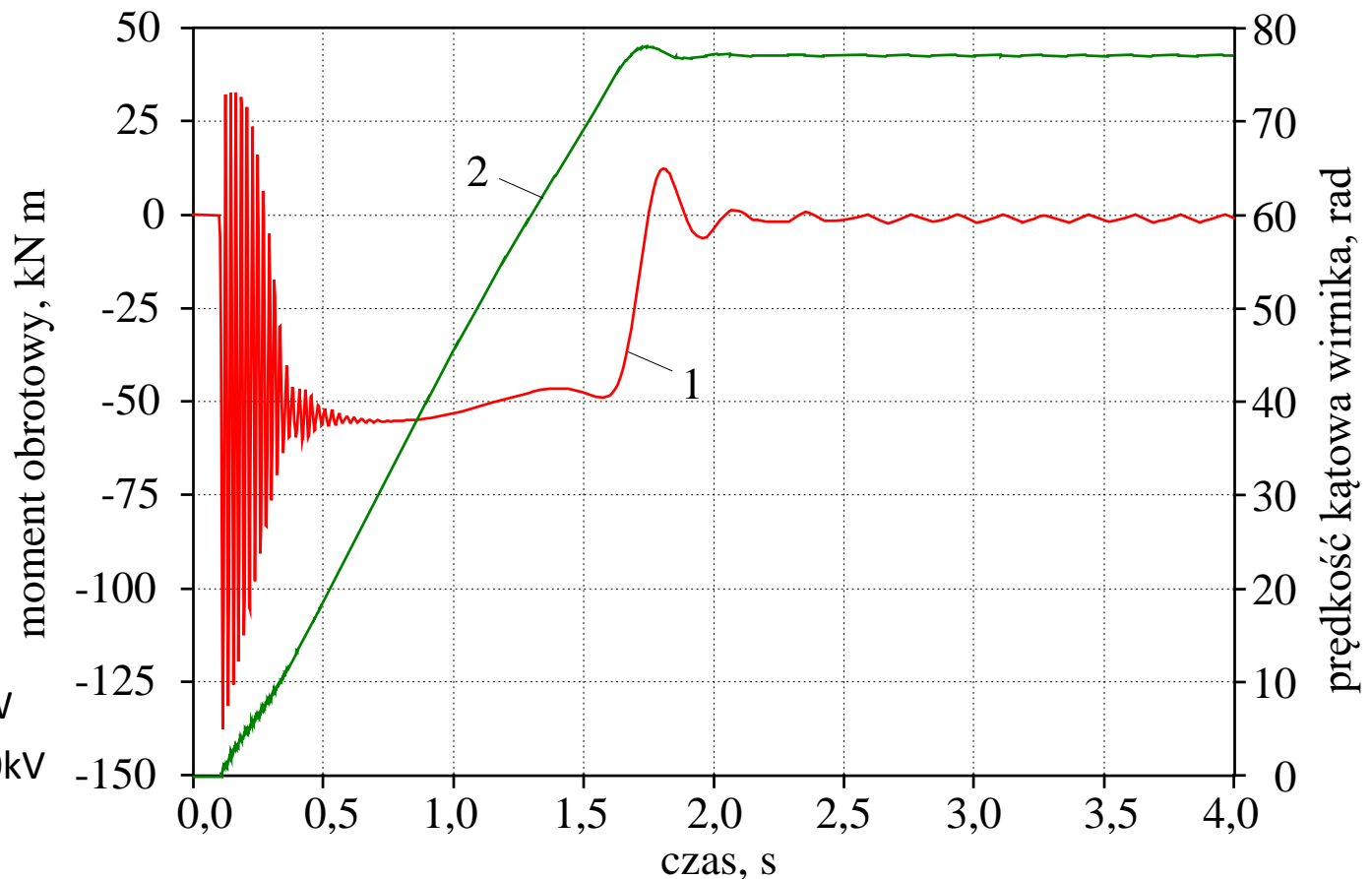
Wykres momentu elektrycznego silnika (T_e) oraz mechanicznego obciążenia (T_m).



Prędkość obrotowa ustala się na przecięciu obu krzywych.

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Rozruch silnika indukcyjnego klatkowego

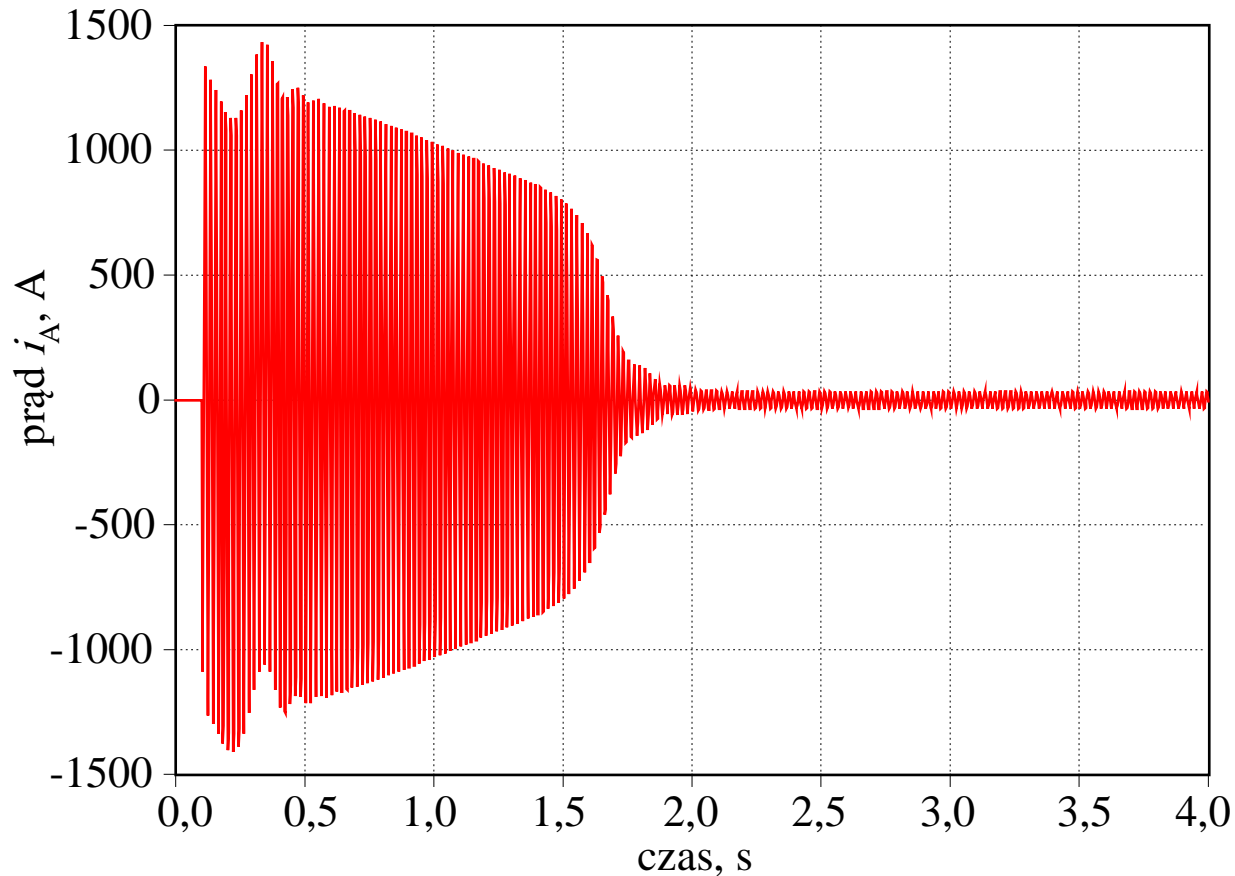


- Moc znamionowa: 2,8MW
- Napięcie znamionowe: 10kV
- Liczba par biegunów: 4

Zmiana momentu napędowego (krzywa 1) oraz prędkości kątowej silnika (krzywa 2) podczas startu

Modelowanie maszyn indukcyjnych

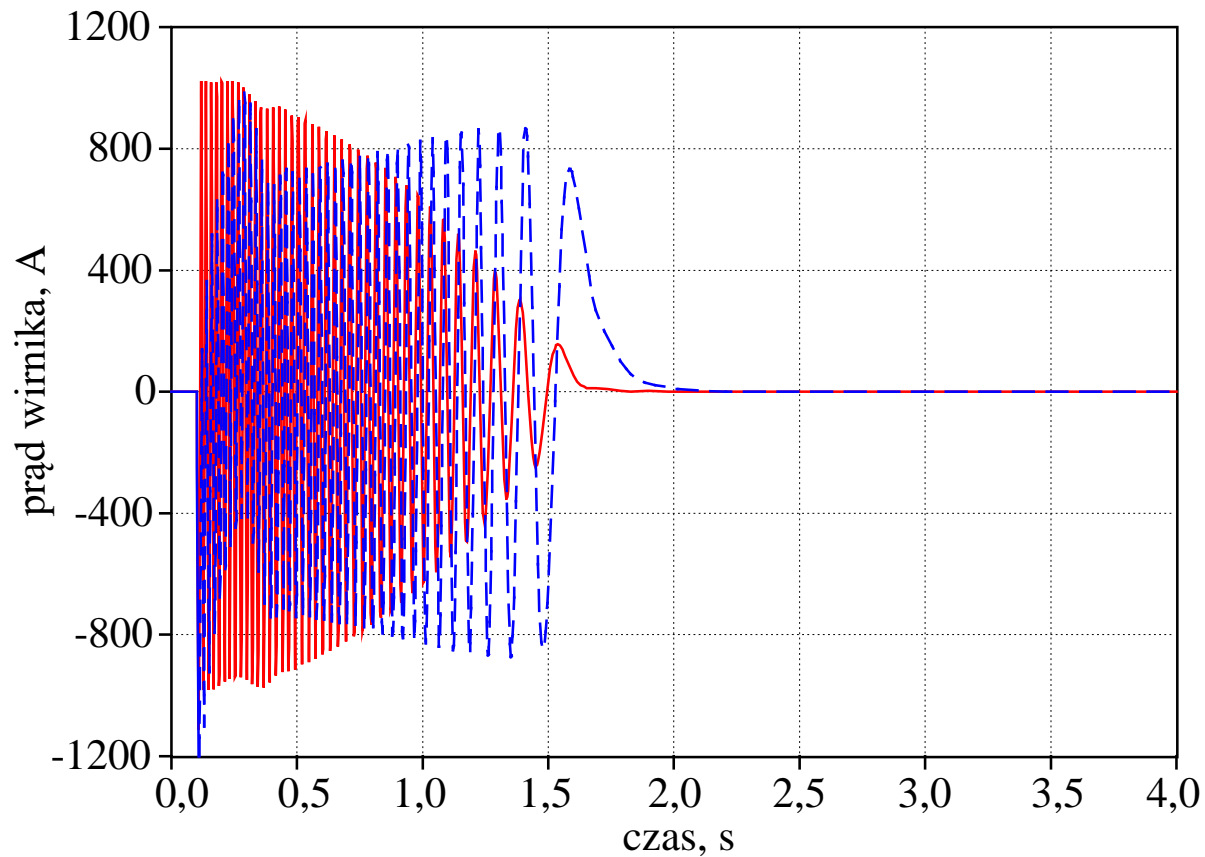
Rozruch silnika indukcyjnego klatkowego



Przebieg prądu stojana silnika podczas rozruchu (faza A)

Modelowanie maszyn indukcyjnych

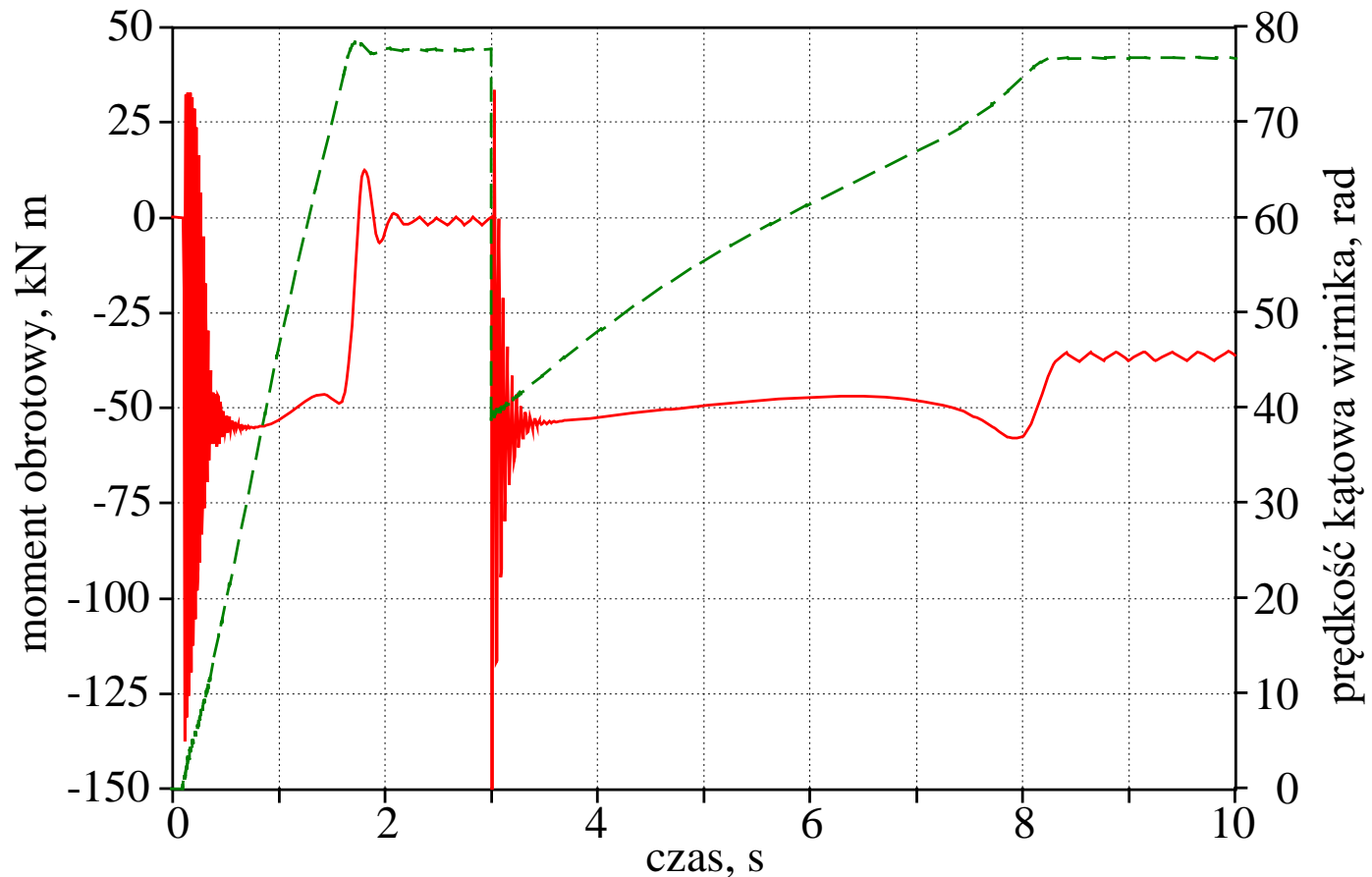
Rozruch silnika indukcyjnego klatkowego (2 klatki)



Prądy wirnika: i_{wd1} (linia ciągła), i_{wd2} (linia przerywana)

Modelowanie maszyn indukcyjnych

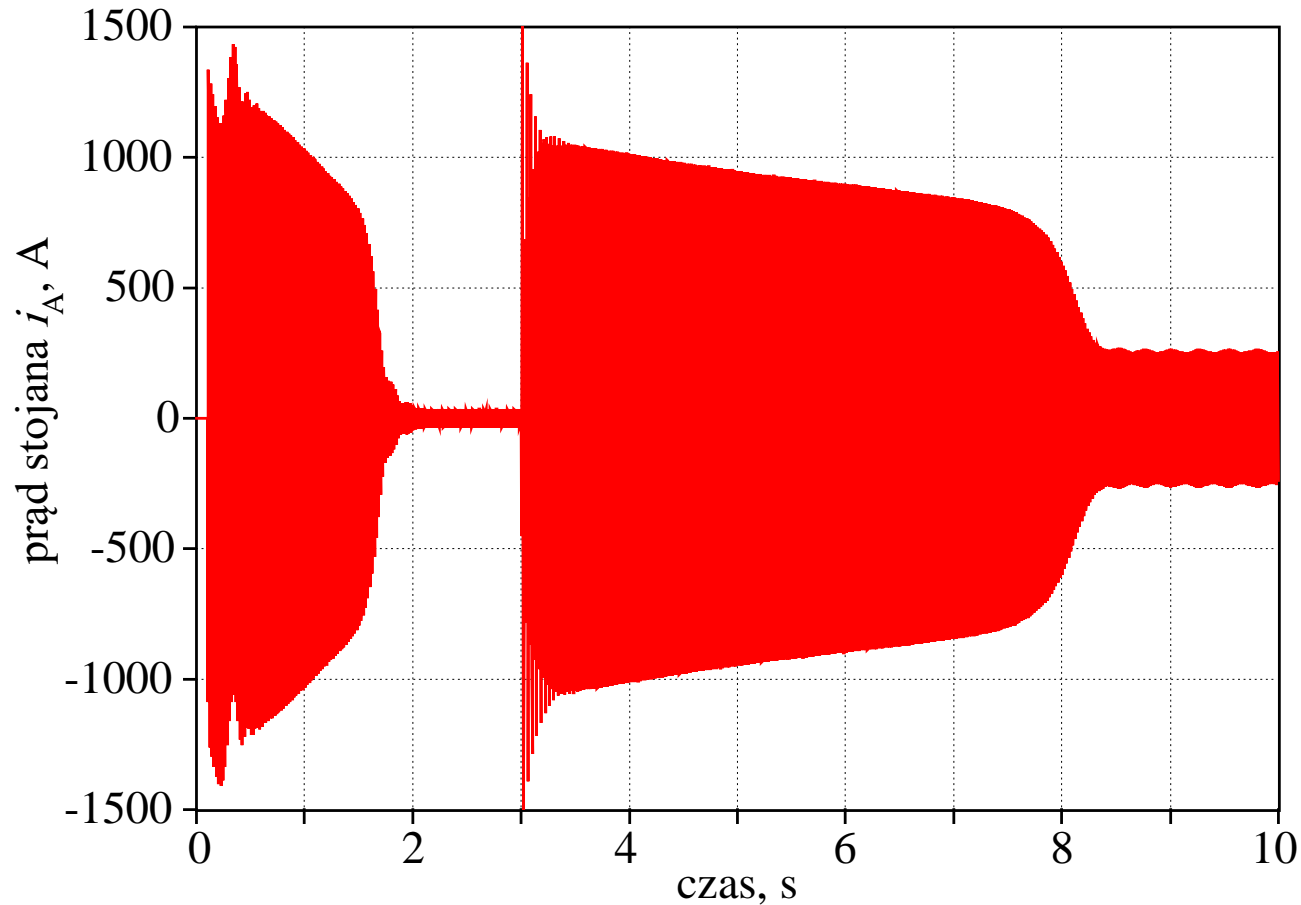
Rozruch silnika i zmiana obciążenia



Przebieg momentu obrotowego (ciągła linia) oraz prędkości kątoej wirnika (przerywana)

Modelowanie maszyn indukcyjnych

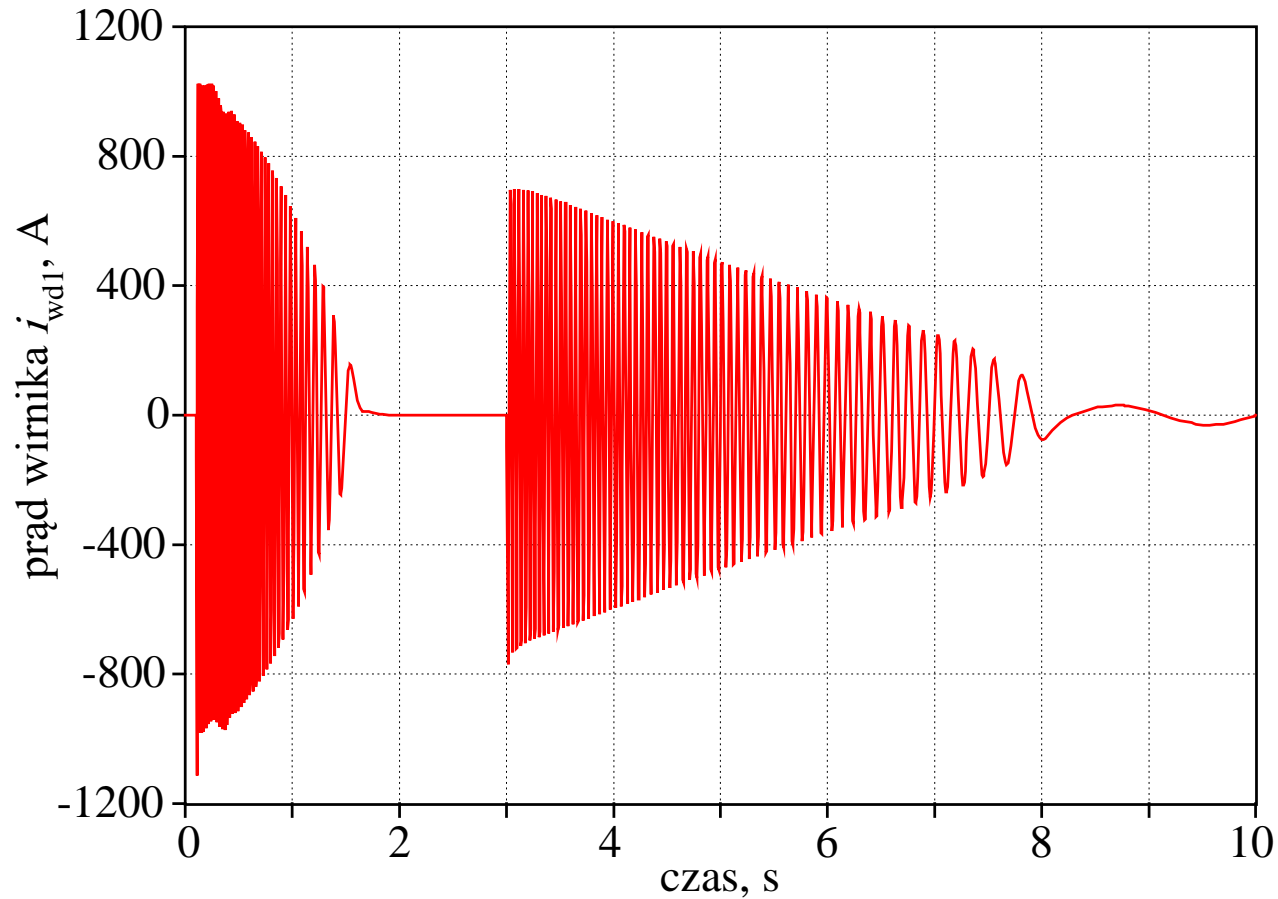
Rozruch silnika i zmiana obciążenia



Przebieg prądu stojana (faza A) podczas startu i załączenia obciążenia

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Rozruch silnika i zmiana obciążenia



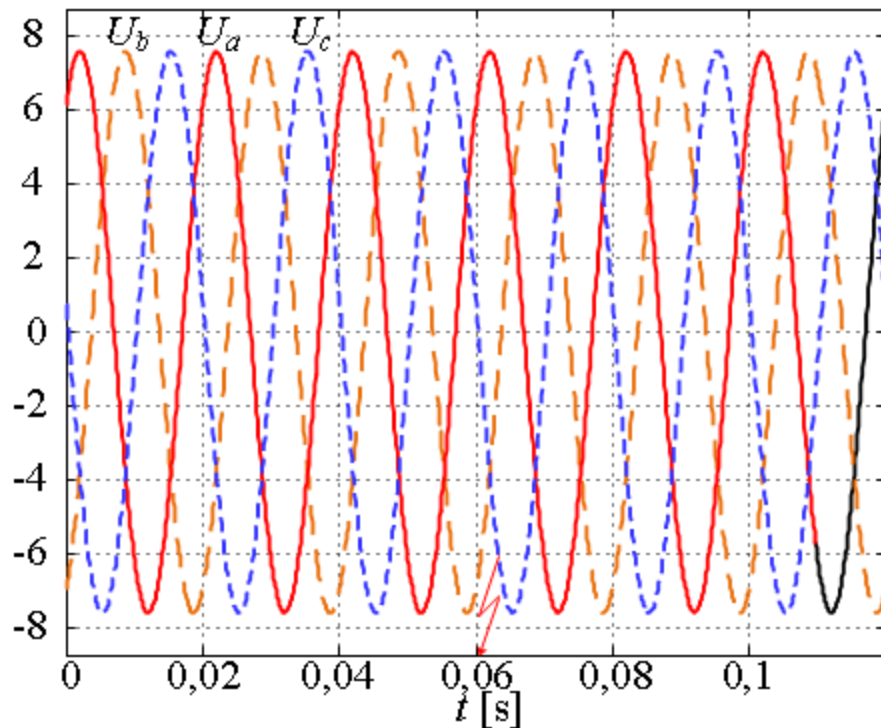
Przebieg prądu wirnika

Modelowanie maszyn indukcyjnych

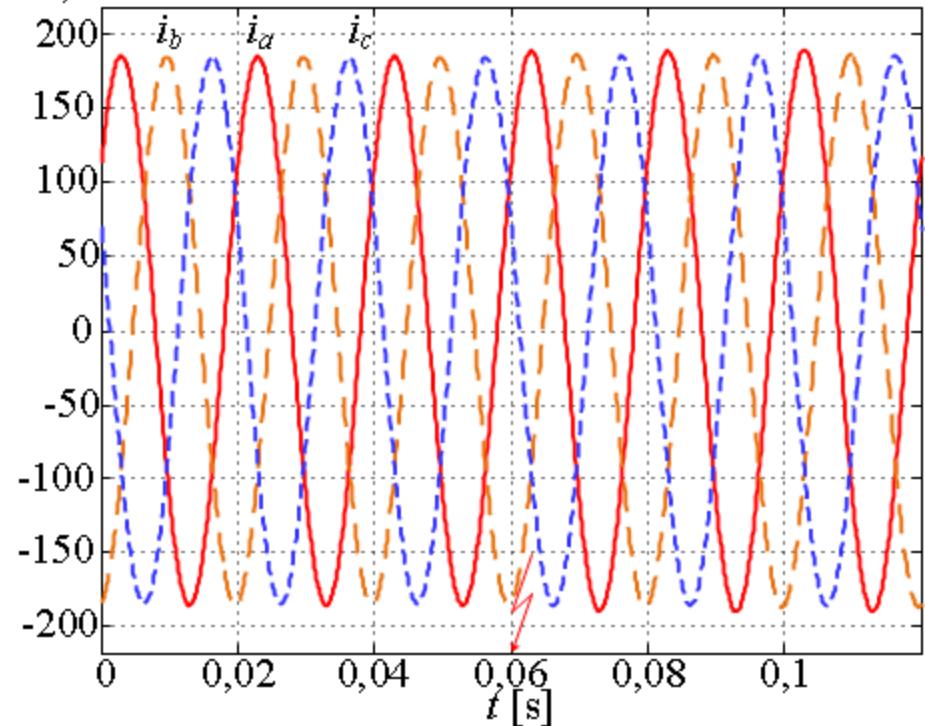
Zwarcie zwojowe w uzwojeniu stojana:

1% uzwojenia, $R_F = 0,1 \Omega$

a) u_{abc} [kV]



b) i_{abc} [A]

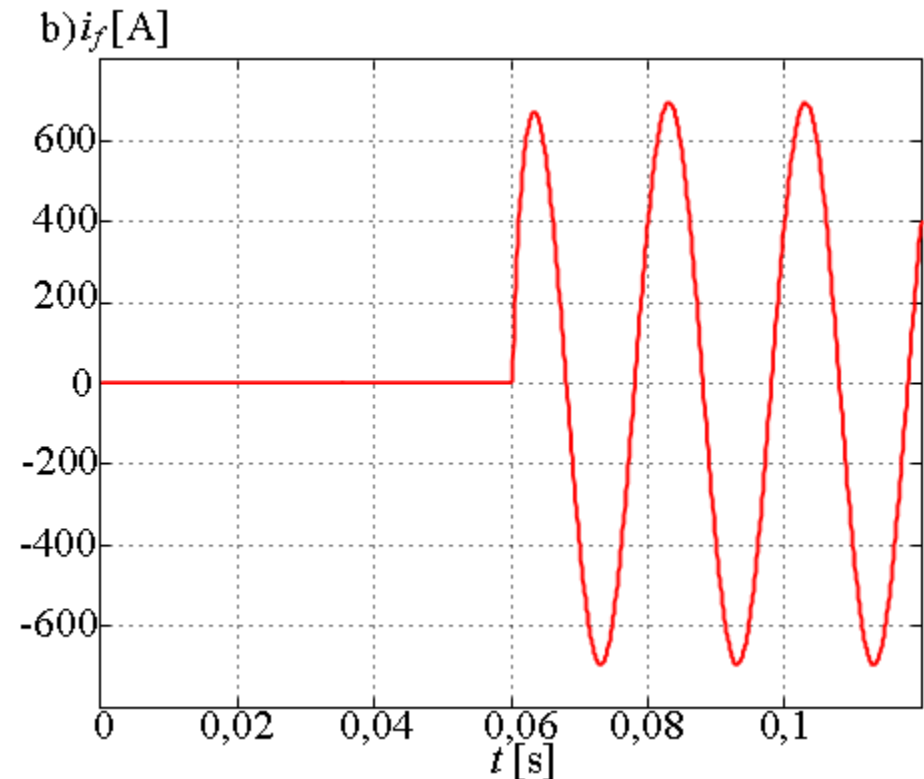
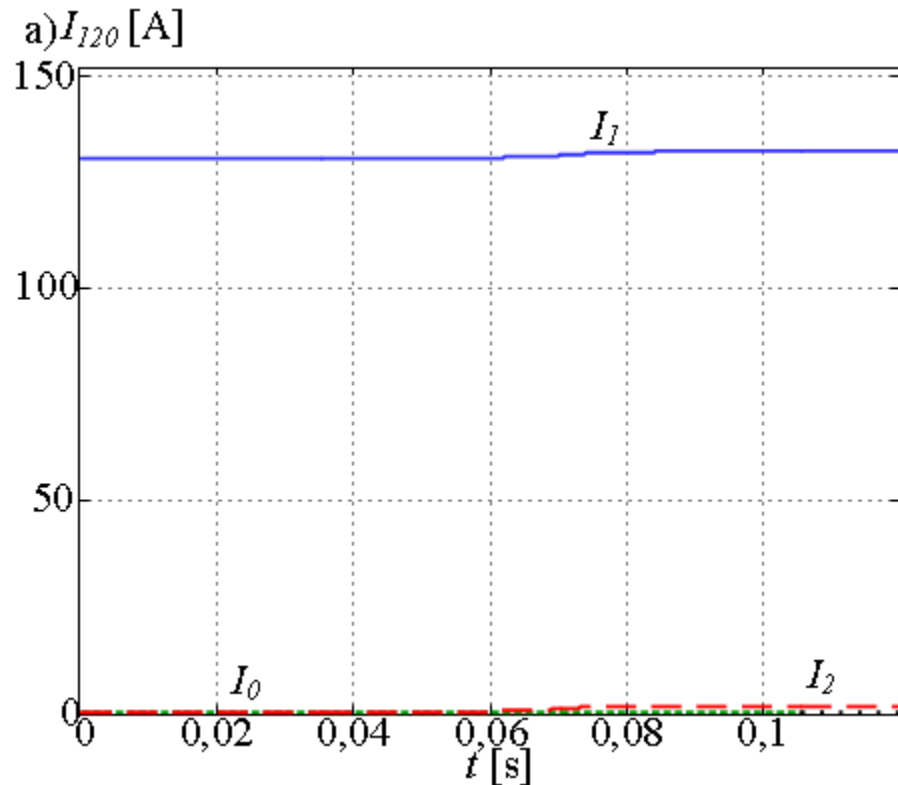


Przebiegi napięć (a) i prądów (b) fazowych na zaciskach silnika

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Zwarcie zwojowe w uzwojeniu stojana:

1% uzwojenia, $R_F = 0,1 \Omega$



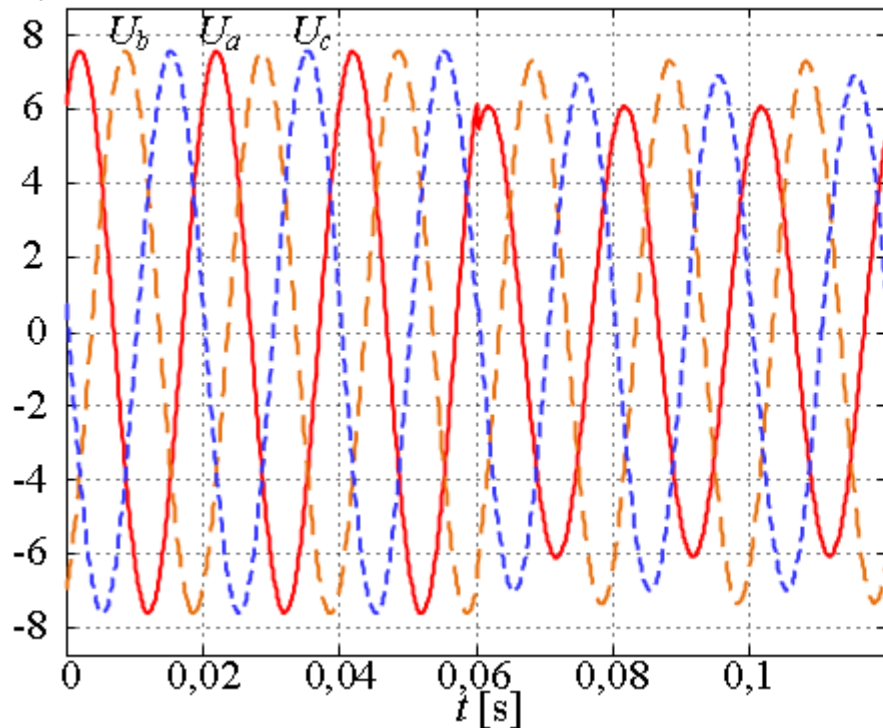
Składowe symetryczne prądów silnika (a) i prąd w miejscu zwarcia (b)

Modelowanie maszyn indukcyjnych

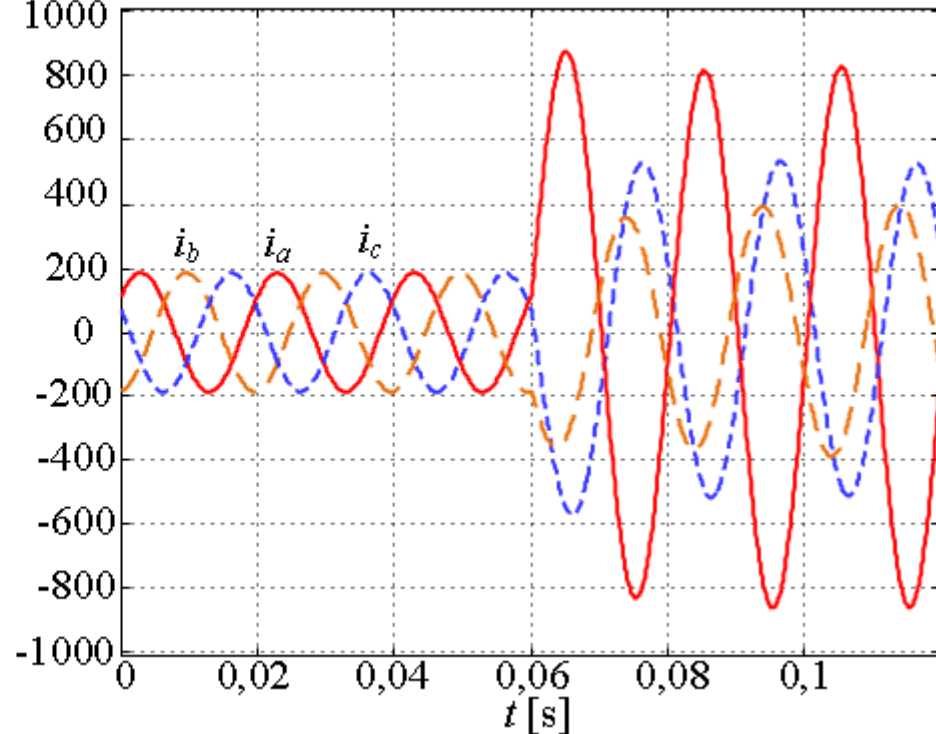
Zwarcie zwojowe w uzwojeniu stojana:

50% uzwojenia, $R_F = 0,1 \Omega$

a) u_{abc} [kV]



b) i_{abc} [A]

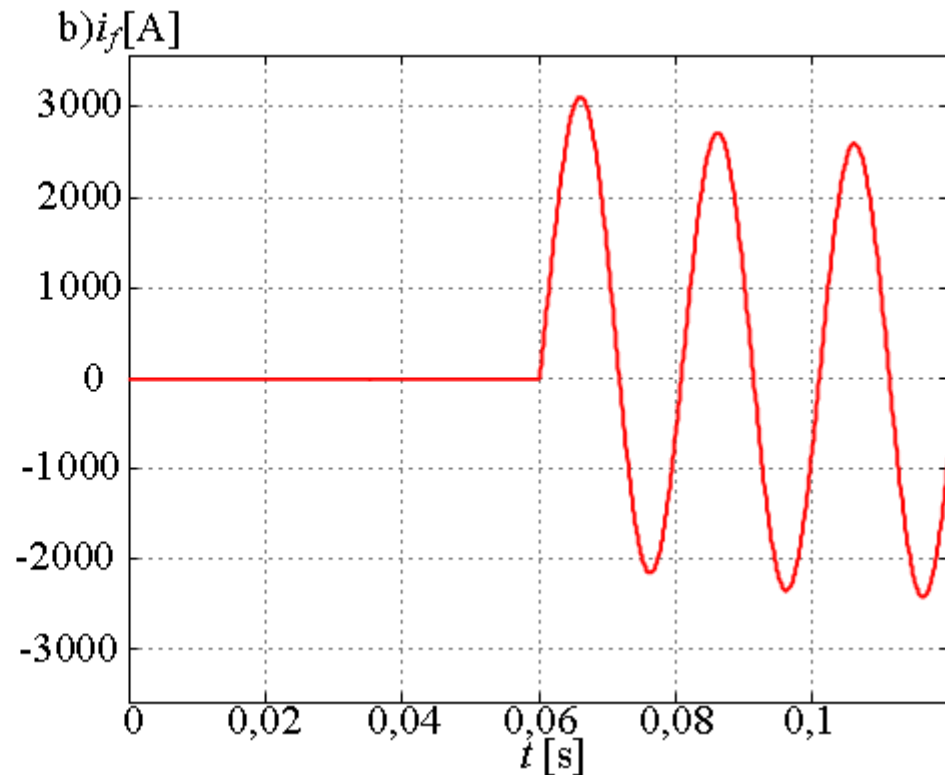
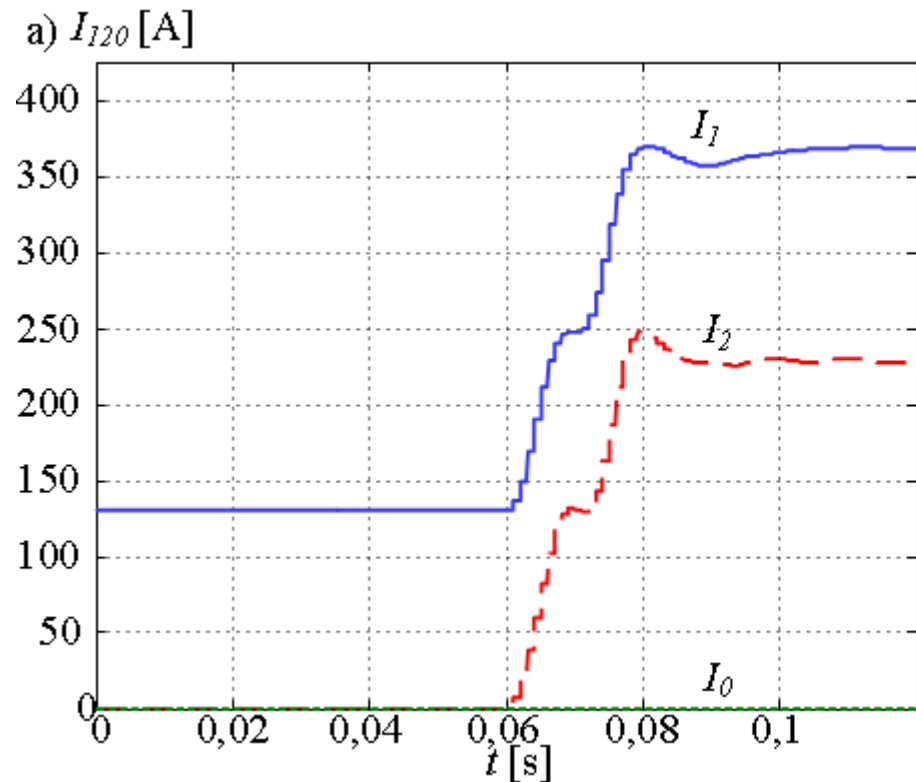


Przebiegi napięć (a) i prądów (b) fazowych na zaciskach silnika

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Zwarcie zwojowe w uzwojeniu stojana:

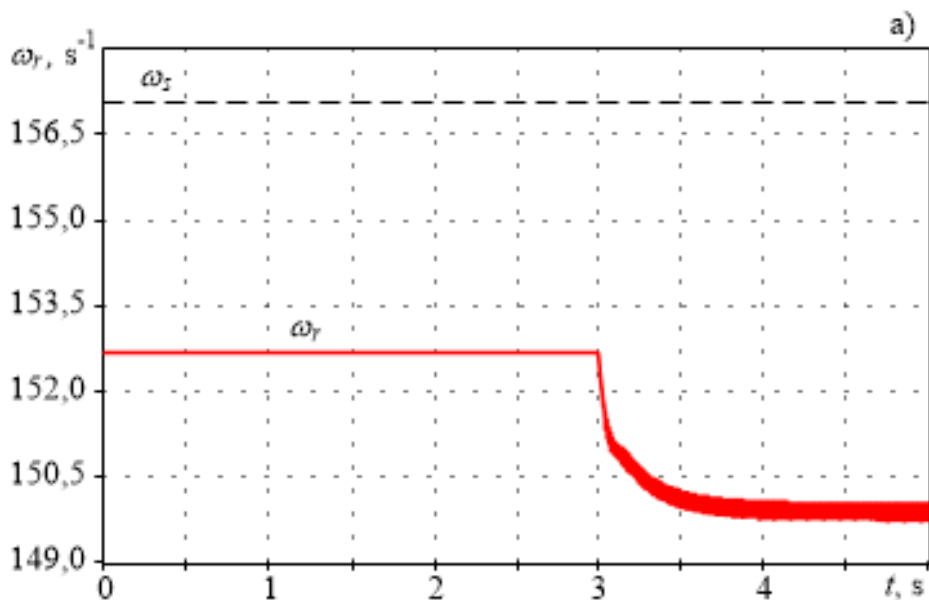
50% uzwojenia, $R_F = 0,1 \Omega$



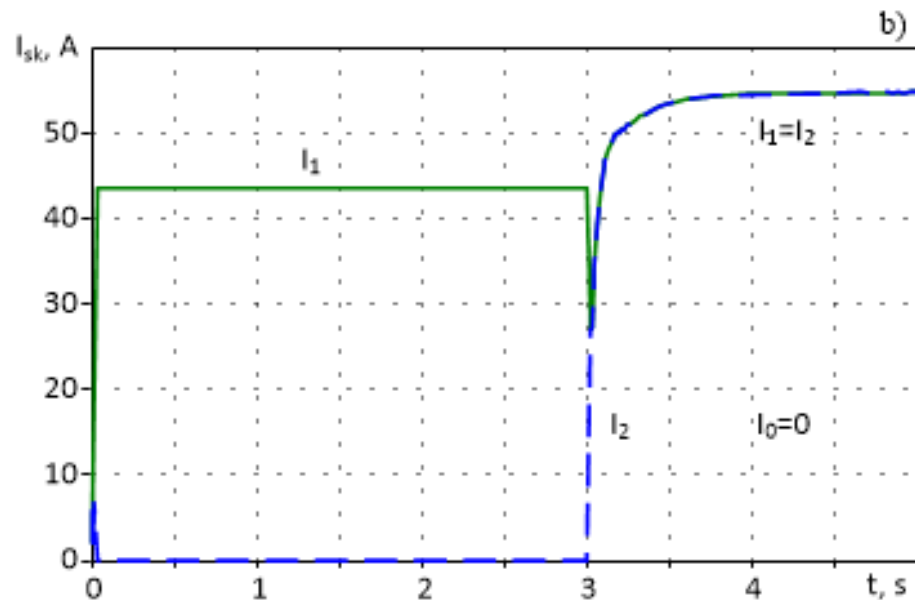
Składowe symetryczne prądów silnika (a) i prąd w miejscu zwarcia (b)

Modelowanie maszyn indukcyjnych

Przerwa w fazie A, $t_p = 3$ s; stan początkowy: ustalony.



przerwa w fazie A



Zmiana prędkości kątowej wirnika (a) i amplitudy składowych symetrycznych prądu na zaciskach silnika (b)

