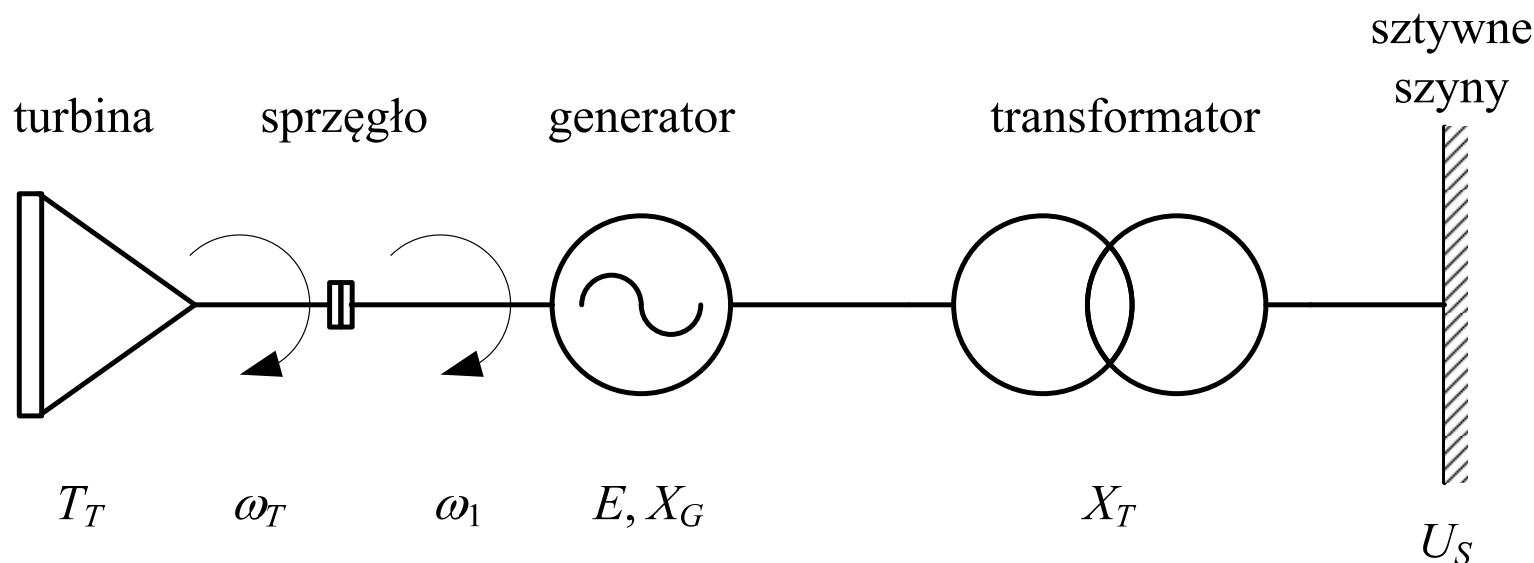


Chaos w układach elektroenergetycznych

Układ elektroenergetyczny ze sztywną szyną:



Równanie dynamiki systemu:

$$J \frac{d\omega_1}{dt} + D\omega_1 = T_m - T_e$$

Moment elektryczny:

$$T_e = \frac{P_G}{\omega_1} = \frac{E \cdot U_S}{\omega_1 X} \sin \delta$$

Chaos w układach elektroenergetycznych

W celu odwzorowania nierównomiernej pracy turbiny zakładamy, że moment mechaniczny można przedstawić następująco:

$$T_m = T_0 + T \cos(\omega_w t) = T_0 + T \cos(\varphi)$$

Zatem, model systemu:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega_1 \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{1}{J} \left(T_0 + T \cos \varphi - \frac{E \cdot U_S}{\omega_0 X} \sin \delta - D \omega_1 \right)\end{aligned}$$

Jest to układ rzędu drugiego: $n = 2$, jednak reprezentuje on system nieautonomiczny (zależny od czasu), gdyż zmienna φ jest funkcją czasu: $\varphi = \omega_w t$, więc ma on $n + 1 = 3$ stopnie swobody (także trzy wykładniki Lapunowa), więc może w nim wystąpić proces chaotyczny.

Chaos w układach elektroenergetycznych

W takim przypadku najprościej jest przyjąć dodatkowe równanie związane z upływającym czasem o następującej formie:

$$\dot{t} = 1$$

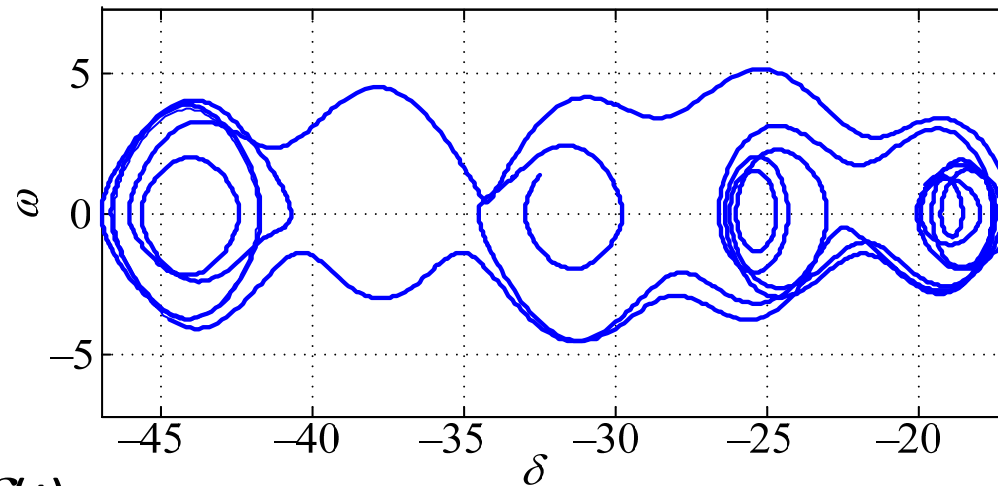
Ostatecznie, model systemu jest następujący:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega_1 \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{1}{J} \left(T_0 + T \cos \varphi - \frac{E \cdot U_S}{\omega_0 X} \sin \delta - D \omega_1 \right) \\ \dot{t} &= 1\end{aligned}$$

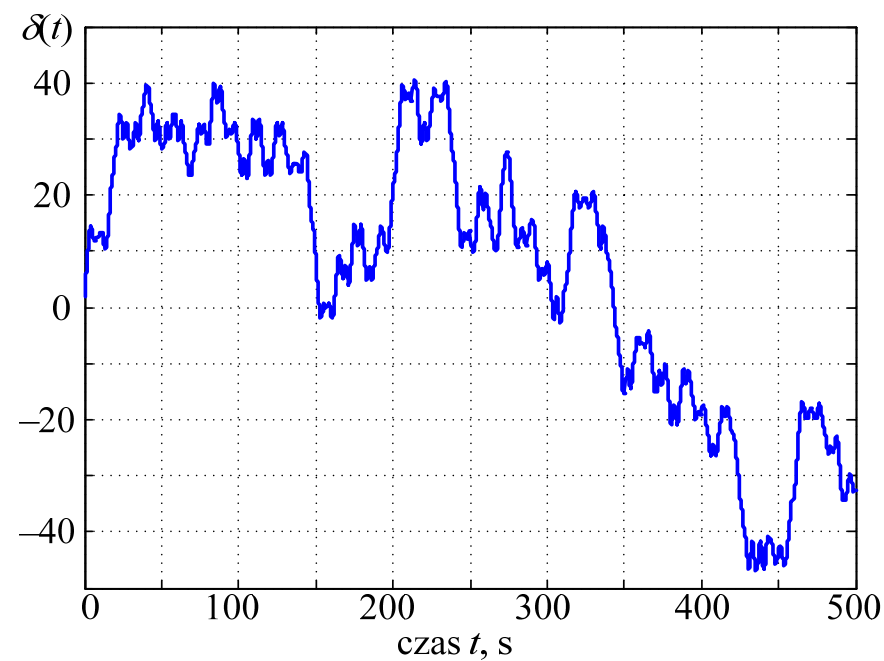
Ta forma równań jest niezbędna do obliczania wykładników Lapunowa, natomiast model czasu może być pominięty przy badaniu dynamiki systemu.

Chaos w układach elektroenergetycznych

Trajektoria $\delta(\omega)$:

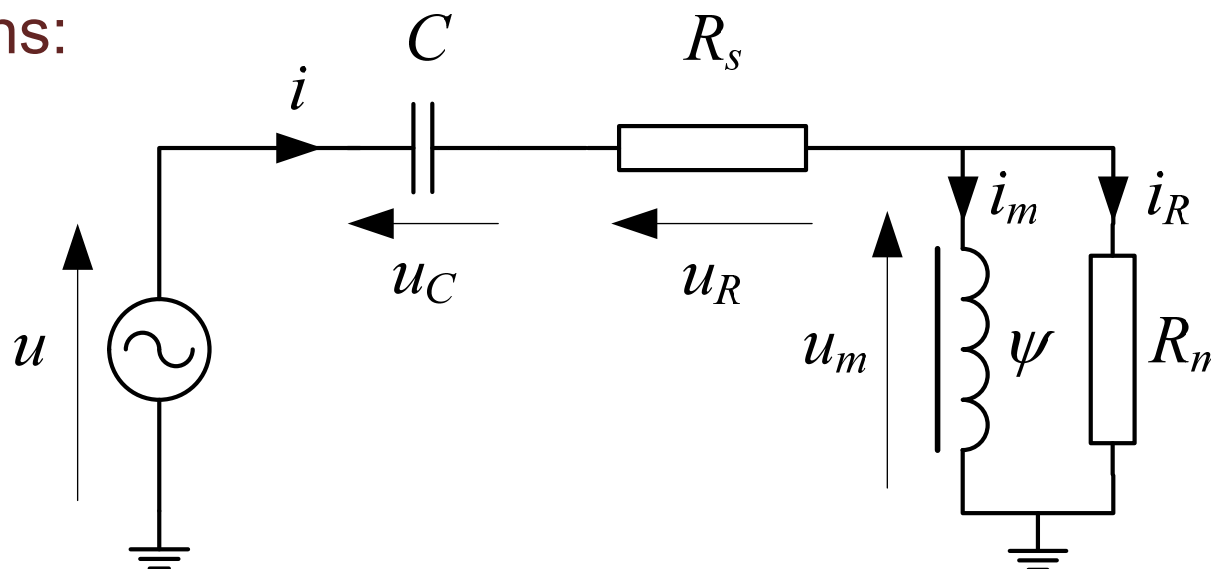


Przebieg zmiennej $\delta(t)$:



Chaos w układach elektroenergetycznych

Ferrorezonans:



Ferrorezonans jest zjawiskiem, które bierze swój początek od wystąpienia rezonansu w obwodzie RLC, gdy indukcyjność L zmienia swoją wartość (zazwyczaj gwałtownie), w wyniku nasycenia się ferromagnetycznego rdzenia cewki. Podobnie, jak w przypadku rezonansu liniowego, warunkiem wystąpienia rezonansu nieliniowego (ferrorezonansu) jest odpowiednia równowaga reaktancji pojemnościowej oraz indukcyjnej, a także małe tłumienie tych drgań.

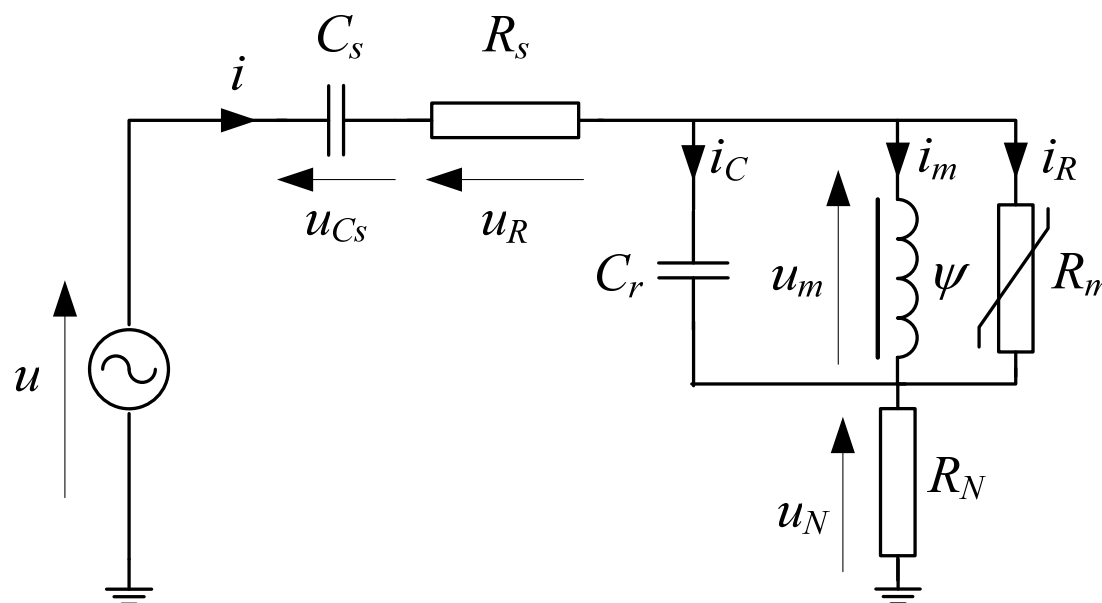
Chaos w układach elektroenergetycznych

Wyróżnia się następujące rodzaje takich drgań:

- **oscylacje okresowe** o częstotliwości będącej wielokrotnością częstotliwości napięcia wymuszającego;
- **oscylacje okresowe**, których składowa podstawowa jest równa częstotliwości napięcia wymuszającego;
- **oscylacje harmoniczne**, których okres jest wielokrotnością okresu napięcia wymuszającego (subharmoniczne);
- **oscylacje quasi-harmoniczne** (pseudo-harmoniczne), których okresy drgań mogą być kombinacją okresów harmonicznym napięcia wymuszającego (interharmoniczne);
- **drgania chaotyczne bez ustalonej częstotliwości** z portretem fazowym w postaci dziwnych atraktorów – spektrum takich drgań może być ciągłe lub przedziałami ciągłe.

Chaos w układach elektroenergetycznych

Przykład:



Równania obwodu:

gdzie:

$$i_m = f_m(\psi) = m_1\psi + m_q\psi^q$$

$$i_R = h_1u_m + h_3u_m^3 + h_5u_m^5$$

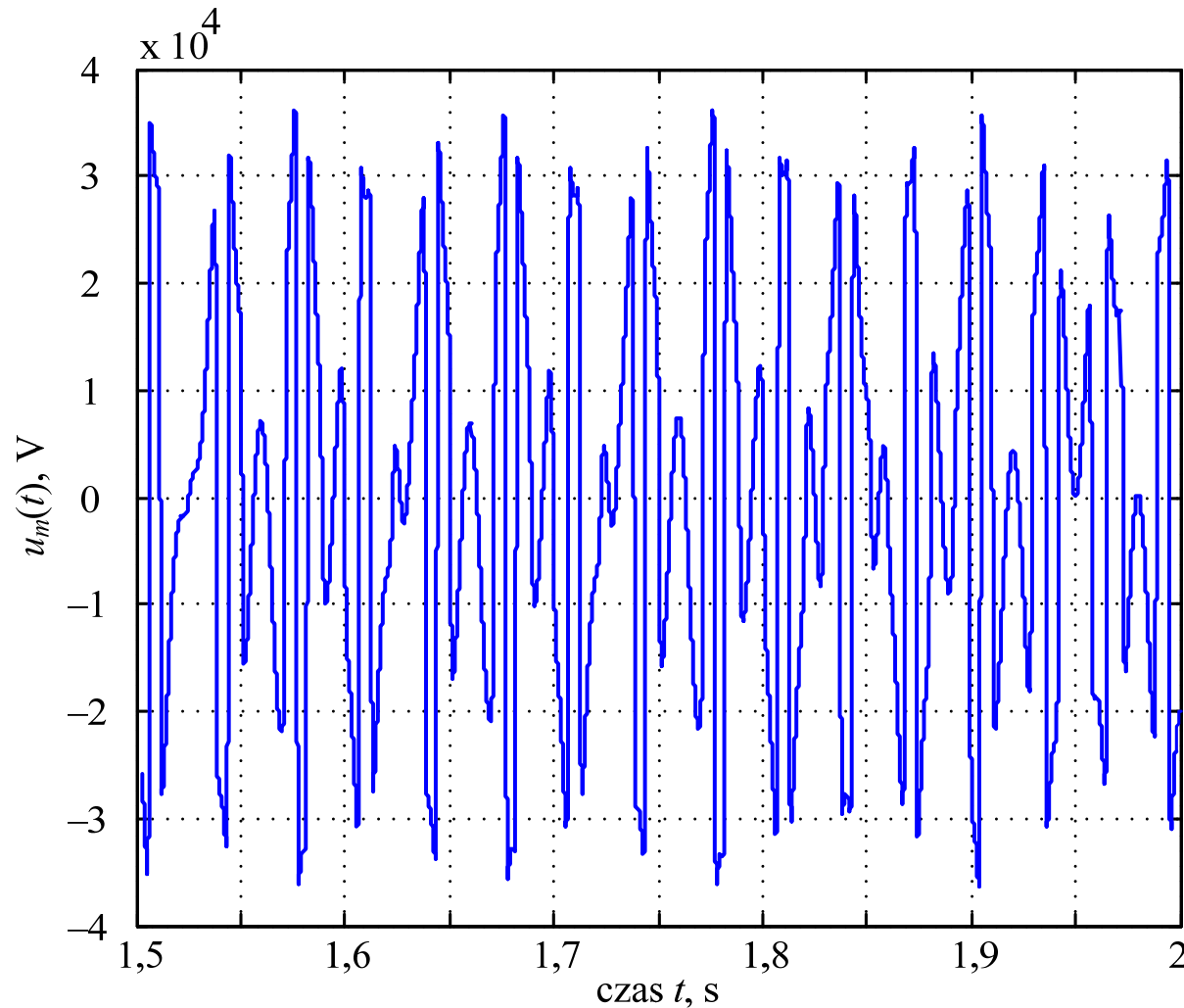
$$\frac{d\psi(t)}{dt} = u_m,$$

$$\frac{du_{Cs}(t)}{dt} = \frac{1}{C_s} i,$$

$$\frac{du_m(t)}{dt} = \frac{1}{C_r} i_{Cr}.$$

Chaos w układach elektroenergetycznych

Przebieg zmian napięcia $u_m(t)$ przy napięciu wymuszającym $U = 33570$ V:

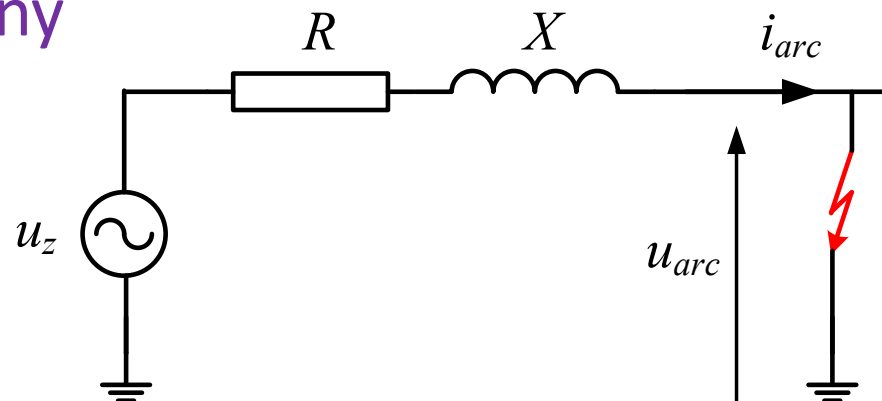


Zjawiska nieliniowe w układach elektrycznych

Łuk elektryczny – model statyczny

Model Warringtona:

$$U_{arc} = E_{arc} l = \frac{K}{I_{arc}^n} l$$



gdzie: U_{arc} – napięcie łuku, V (wartość skuteczna); I_{arc} – prąd łuku, A (wartość skuteczna); l – długość łuku, m; K , n – parametry modelu, które można określić na podstawie pomiarów; E_{arc} – gradient spadku napięcia na łuku, V/m; parametr K można rozpatrywać, jako ocenę mocy wydzielanej w łuku na jednostkę długości, W/m.

Dla linii napowietrznych stosuje się zazwyczaj następującą formułę dla $E_{arc} = 1200 \text{ V/m}$:

$$R_W = \frac{28688,5}{I_{arc}^{1,4}} l$$

Zjawiska nieliniowe w układach elektrycznych

Łuk elektryczny – model dynamiczny

Pomiary prowadzone w rzeczywistych obwodach potwierdzają możliwość przyjęcia uproszczonego modelu łuku o postaci:

$$u_{arc} = \begin{cases} U_C & |i_{arc}(t)| > I_a \\ u_{arc} & |i_{arc}(t)| \leq I_a \end{cases}$$

gdzie: U_C , I_a – parametry modelu.

W uproszczonych analizach przyjmuje się, że napięcie u_{arc} może być reprezentowane za pomocą stałej wartości U_C , której znak pokrywa się z polaryzacją prądu łuku i_{arc} . Pomiary rzeczywistych procesów doprowadziły do sformułowania kilku praktycznych matematycznych modeli łuku.

Zjawiska nieliniowe w układach elektrycznych

Łuk elektryczny – model Cassiego

Podstawowe równanie tego modelu ma następującą postać:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{d(\ln g)}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(\left(\frac{u_{arc}}{U_C} \right)^2 - 1 \right)$$

gdzie: g – elektryczna przewodność łuku, S;

τ – stała czasowa związana z elektrycznymi parametrami łuku, s;

U_C – napięcie łuku (stały parametr), V.

Zakłada się, że gęstość prądu w łuku a także jego temperatura są stałe. Zmiana przewodności (restancji) zachodzi w wyniku zmian przekroju łuku, co dobrze odzwierciedla zjawiska przy dużym prądzie.

Zjawiska nieliniowe w układach elektrycznych

Łuk elektryczny – model Mayra

Podstawowe równanie tego modelu ma następującą postać:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{d(\ln g)}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{g u_{arc}^2}{P_0} - 1 \right) = \frac{1}{\tau} \left(\frac{i_{arc} u_{arc}}{P_0} - 1 \right)$$

gdzie: g – elektryczna przewodność łuku, S;

τ – stała czasowa związana z elektrycznymi parametrami łuku, s;

u_{arc} – chwilowy spadek napięcia na łuku, V;

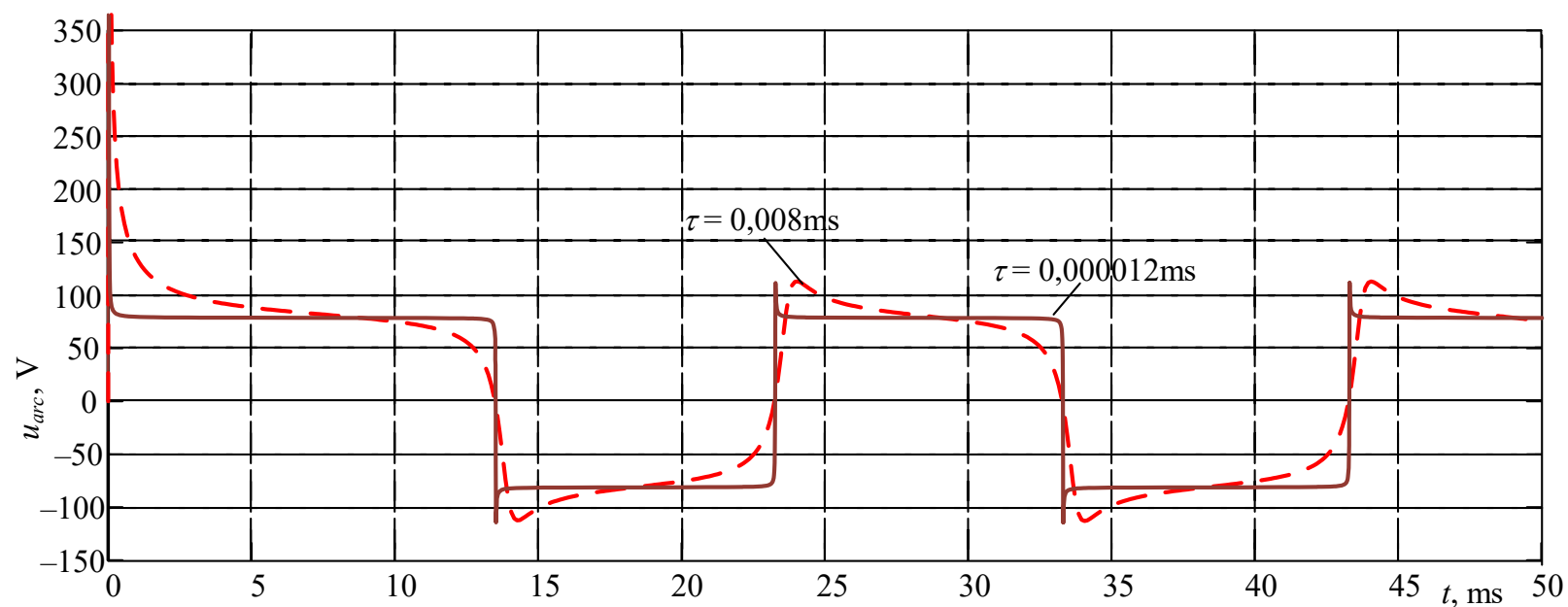
i_{arc} – chwilowy prąd łuku, A;

P_0 – moc oddawana przez łuk do otoczenia (chłodzenie), W.

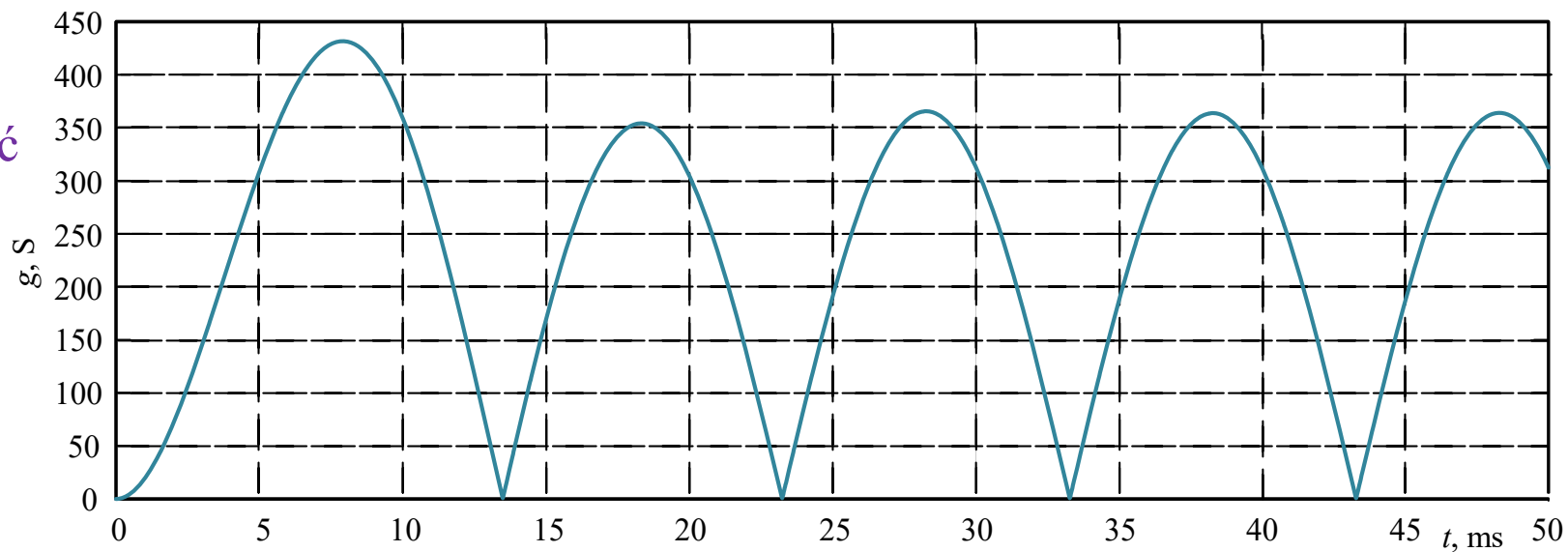
Model dobrze odtwarza zjawiska przy małym prądzie łuku.

Łuk elektryczny – model Cassiego

spadek
napięcia

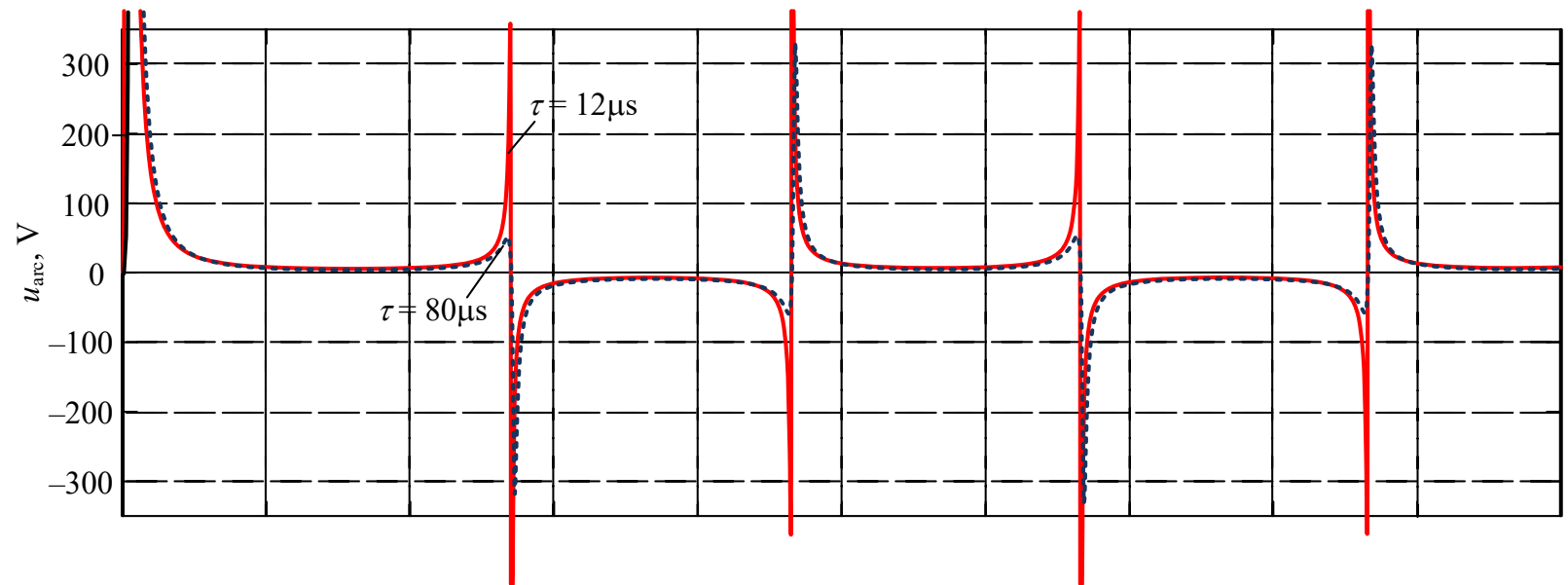


przewodność
łuku

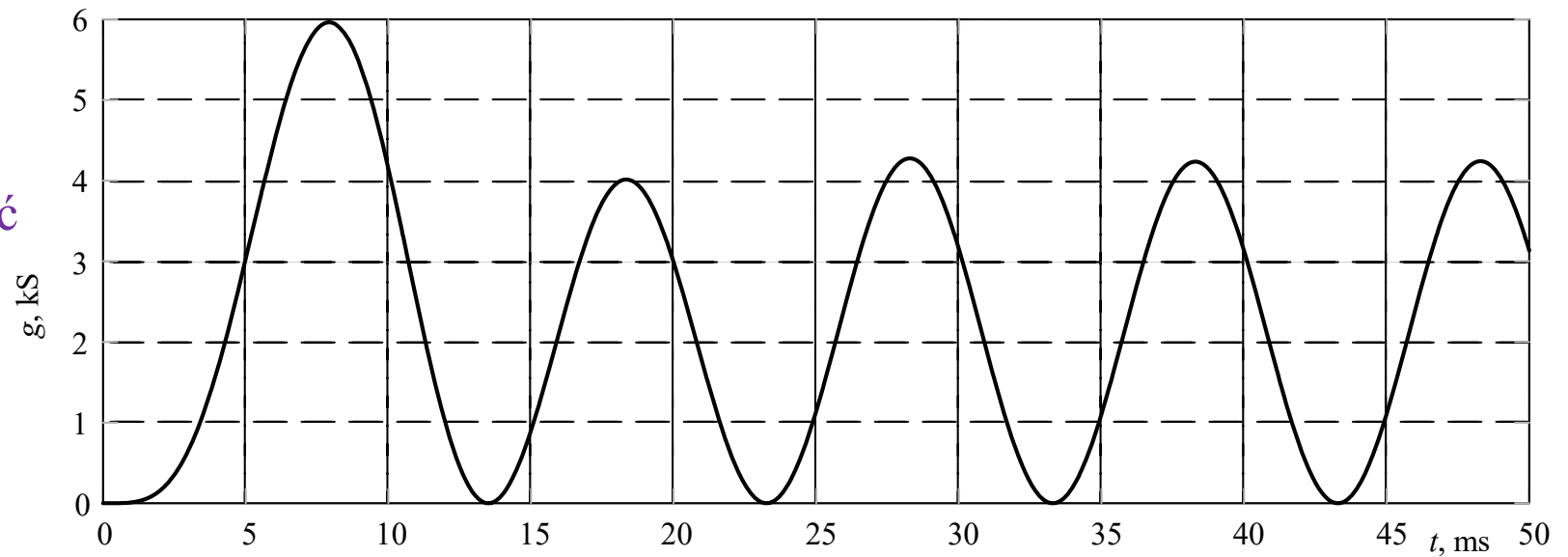


Łuk elektryczny – model Mayra

spadek
napięcia

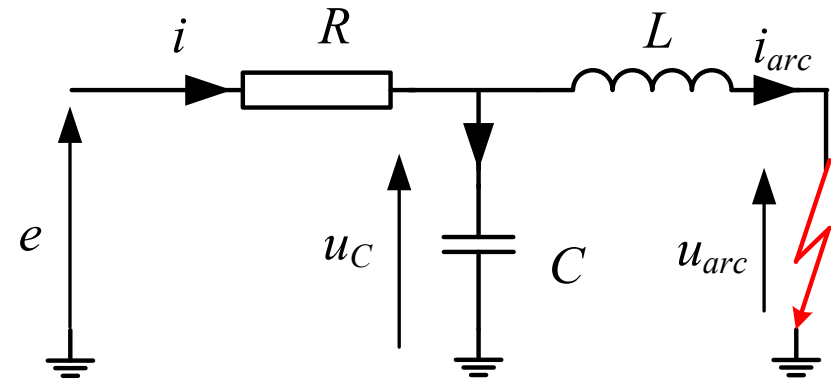


przewodność
łuku



Łuk elektryczny spawalniczy

Schemat zastępczy sieci
zasilającej elektryczny łuk
spawalniczy



Równania dynamiki łuku

$U(I_{arc})$, I_{arc} – napięcie i prąd
łuku w stanie ustalonym

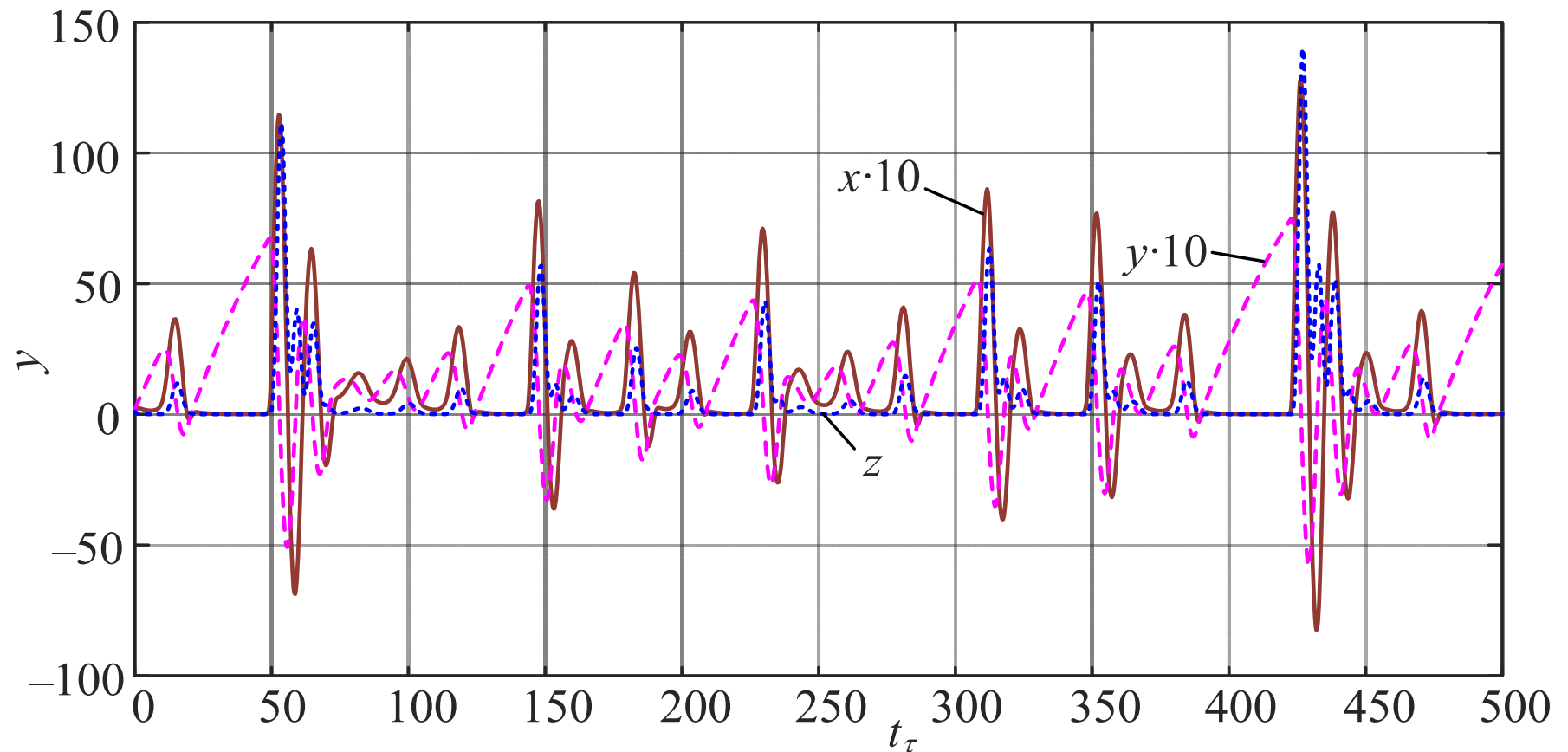
$$\frac{di_{arc}}{dt} = \frac{1}{L} \left(u_{arc} - \frac{U(I_{arc})}{I_{arc}} i_{arc} \right),$$

$$\frac{du_{arc}}{dt} = \frac{1}{RC} (e - u_{arc} - Ri_{arc}),$$

$$\frac{dI_{arc}^2}{dt} = \frac{1}{\tau} (i_{arc}^2 - I_{arc}^2)$$

Łuk elektryczny spawalniczy

Typowe przebiegi: $x = i_{arc}$; $y = u_{arc}$; $z = I_{arc}$;



Łuk elektryczny spawalniczy

Trajektorie fazowe x-y: $x = i_{arc}$; $y = u_{arc}$;

