

ZADANIA

Układy liniowe

Przykład 1

Funkcja wagi układu liniowego ma następującą postać:

$$g(t) = e^{-t/T}$$

Określić odpowiedź układu na skok jednostkowy.

Rozwiązanie

Wymuszenie w postaci skoku jednostkowego:

$$u(t) = 1(t)$$

Odpowiedź: (przy założeniu, że dla $t < 0$ jest: $u(t) = 0$ oraz dla $(t-\tau) < 0$ jest: $g(t-\tau) = 0$) mamy:

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^t 1(\tau) e^{-(t-\tau)/T} d\tau = e^{-t/T} \int_0^t e^{\tau/T} d\tau = T e^{-t/T} (e^{t/T} - 1) = T(1 - e^{-t/T})$$

Przykład 2

Transformata odpowiedzi układu ma postać:

$$Y(s) = \frac{s+2}{s(s+1)}$$

Określić postać czasową tej odpowiedzi.

Rozwiązanie

$s_1 = -1$, $s_2 = 0$, zatem:

$$y(t) = (s+1) \frac{s+2}{s(s+1)} e^{st} \Big|_{s=-1} + s \frac{s+2}{s(s+1)} e^{st} \Big|_{s=0} = -e^{-t} + 2$$

Przykład 3

Transformata odpowiedzi układu ma postać:

$$Y(s) = \frac{s+2}{s(s+1)^2}$$

Określić postać czasową tej odpowiedzi.

Rozwiązanie

$s_{1,2} = -1$ (podwójny), $s_3 = 0$, zatem:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{d}{ds} \left((s+1)^2 \frac{s+2}{s(s+1)^2} e^{st} \right) \Big|_{s=-1} + s \frac{s+2}{s(s+1)} e^{st} \Big|_{s=0} = \frac{d}{ds} \left(\frac{(s+2)e^{st}}{s} \right) \Big|_{s=-1} + 2 \\ &= \frac{s(e^{st} + t(s+2)e^{st}) - (s+2)e^{st}}{s^2} + 2 = -e^{-t}(2+t) + 2 \end{aligned}$$

Przykład 4

Dynamika układu jest określona za pomocą następującego równania:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 4y = u$$

Określić transmitancję tego układu oraz zbadać warunki jego stabilności za pomocą kryterium Routha-Hurwitza.

Rozwiązanie

Transmitancja: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}$

Stabilność:

1. wszystkie współczynniki mianownika mają ten sam znak i żaden nie jest zerowy;
2. tablica Routha:

s^3	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
s^2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
s	c_1	c_2	c_3
s^0	d_1		

gdzie: $c_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}}{-a_{n-1}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

$c_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}}{-a_{n-1}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$ $d_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{-c_1} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{-1} = \frac{-3}{-1} = 3$

Wypełniona tablica:

s^3	1	3	0
s^2	2	4	0
s	1	0	0
s^0	3		

Układ jest zatem stabilny.

Przykład 5

Transmitancja układu zamkniętego jest następująca:

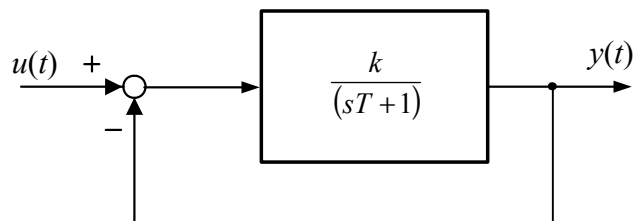
$$G(s) = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Przeprowadzić analizę właściwości tego układu w zależności od wartości współczynników tej transmitancji.

Przykład 6

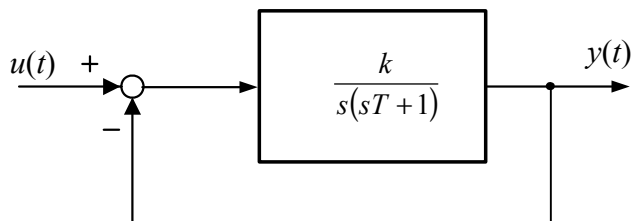
Określić klasę układu oraz uchyby: położenia, prędkościowy i przyspieszeniowy podanych układów

a)



Rys. 1

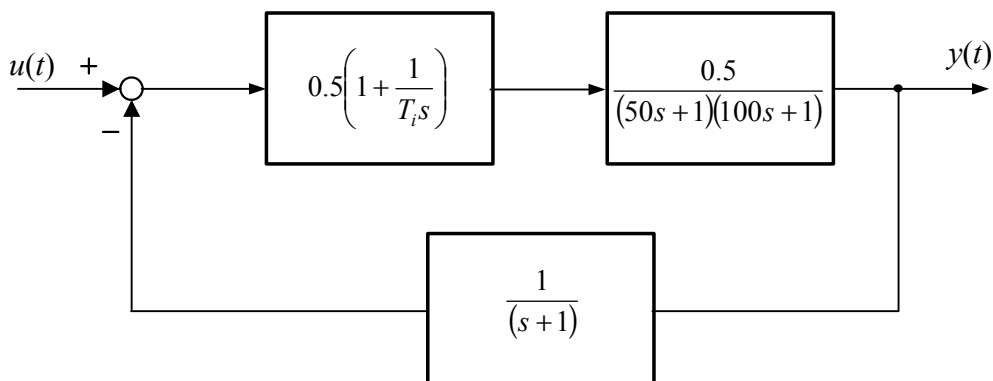
b)



Rys. 2

Przykład 7

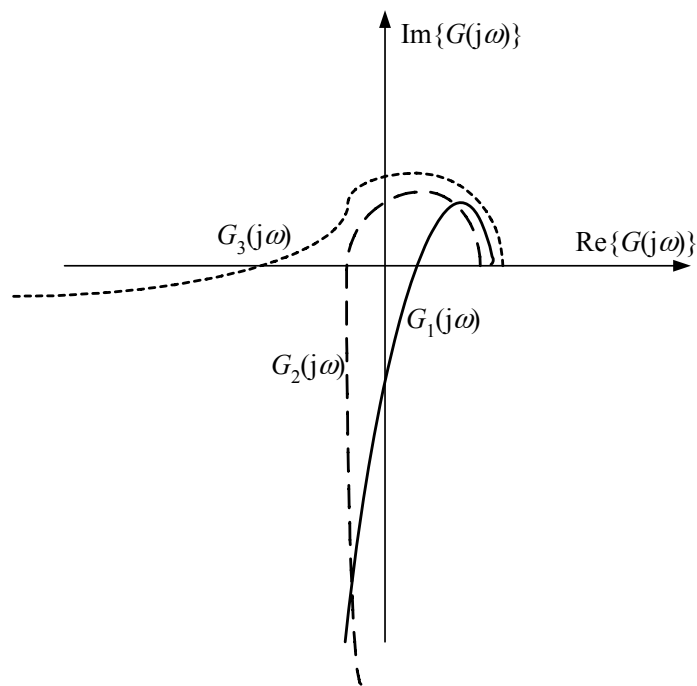
W podanym układzie dobrać wartość parametru T_i regulatora PI, aby zapas fazy wynosił $\pi/6$.



Rys. 3

Przykład 8

Na rys. 4 pokazane są charakterystyki amplitudowo-fazowe trzech układów. Określić i uzasadnić, które z nich są stabilne.



Rys. 4