PRZYKŁAD 4.7

Obliczyć parametry linii z Przykładu 4.1 dla składowych fazowych i modalnych, zakładając, że jest to linia nietransponowana. Obliczenia wykonać za pomocą procedury LINE CONSTANTS dostępnej w programie ATP-EMTP.

Przekrój poprzeczny linii (Przykład 4.1) jednoznacznie wskazuje na to, że parametry fazy środkowej (pojemność i indukcyjność) (B) są z pewnością odmienne od parametrów pozostałych faz. Plik danych wejściowych do obliczenia parametrów linii w programie ATP-EMTP różni się w stosunku do pliku użytego w Przykładzie 4.1 tylko jednym wierszem (który jest poniżej wyróżniony przez pogrubienie). Różnice użytego w tej linii kodu mają następujące znaczenie:
poz. 34: 1 – pojemności będą liczone dla faz ekwiwalentnego układu trójfazowego (poprzednio jedynka była umieszczona na poz. 35, co oznaczało żądanie obliczenia pojemności dla składowych symetrycznych ekwiwalentnego transponowanego układu trójfazowego);
poz. 38: 1 – impedancja podłużna liczona także dla faz ekwiwalentnego układu trójfazowego (poprzednio: 1 na poz. 39 oznacza określenie impedancji składowych symetrycznych ekwiwalentnego transponowanego układu trójfazowego);
poz. 44: 1 – pojemność będzie reprezentowana w jednostkach (F), a nie jako ωC (S) – jak poprzednio;
poz. 70: 1 – linia jest traktowana jako nietransponowana, co także oznacza konieczność obliczania macierzy transformacji prądów $\mathbf{T}_i$.

```
BEGIN NEW DATA CASE
C Linia 400 kV
LINE CONSTANTS
METRIC
C   Dane do modułu LINE CONSTANTS
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
  1 .231   .0564 4            3.15   -10.3    24.5    12.0    40.0   0.0       2
  2 .231   .0564 4            3.15     0.0    24.5    12.0    40.0   0.0       2
  3 .231   .0564 4            3.15    10.3    24.5    12.0    40.0   0.0       2
  0  0.5   .2388 4           1.565   -6.87    31.0    23.5
  0  0.5   .2388 4           1.565    6.87    31.0    23.5
BLANK CARD ENDING CONDUCTOR CARDS OF  "LINE CONSTANTS"  CASE
```

```
C        1         2         3         4         5         6         7         8
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
C      >< Freq   >< FCar   > <ICPR> <IZPR> =< DIST > <PP>==< >< >< ><><>
   100.0      50.0               1   1     1   180.0                1
BLANK CARD ENDING FREQUENCY CARDS
BLANK CARD ENDING  "LINE CONSTANTS"
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK
```

Fragment pliku wynikowego jest pokazany na następnej stronie. Omówmy ważniejsze z uzyskanych wielkości (obliczenia wykonano dla częstotliwości znamionowej 50 Hz).
Capacitance matrix odnosi się do macierzy pojemności dla poszczególnych faz $\mathbf{C}_f$ (F) (4.51).
Ponieważ jest to macierz symetryczna, więc podana jest tylko dolna trójkątna jej część. Widać, że dwie skrajne fazy mają jednakowe pojemności. Zauważmy, że poszczególne fazy są oznaczane kolejno: 1, 2, 3.
Podobnie jest z macierzą impedancji (*impedance matrix*): $\mathbf{R}_f + \mathrm{j}\omega\mathbf{L}_f$ (Ω), przy czym, elementy macierzy reaktancji są podane w dolnych wierszach. Również tutaj widać, że wyróżniona jest faza środkowa.
Z kolei, podane są parametry linii w składowych modalnych (*Modal parameters*): rezystancja, reaktancja, susceptancja, impedancja falowa (*surge impedance*) , prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej v: w linii bezstratnej (*lossless*) i rzeczywistej (*actual*), a także tłumienie α (*attenuation*). Można zauważyć, że wszystkie trzy składowe modalne mają różne parametry.
Macierz transformacji prądów $\mathbf{T}_i$ (*eigenvector matrix* - macierz wektorów własnych) jest, ogólnie, macierzą zespoloną. W danym przypadku, części urojone poszczególnych jej elementów są równe zero – co jest rezultatem odpowiednich normalizacji w algorytmie obliczeniowym. Można sprawdzić, że macierz $\mathbf{T}_i$ nie jest ortogonalna: $\mathbf{T}_i^T\mathbf{T}_i \neq \mathbf{1}$, a więc nie zachodzi równość (4.72). Zakładając d=1, można obliczyć: $\mathbf{T}_u = \left(\mathbf{T}_i^T\right)^{-1}$, co daje:

$$\mathbf{T}_u = \begin{bmatrix} 5{,}802174291013298\mathrm{e}\text{-}01 & -7{,}071067811865468\mathrm{e}\text{-}01 & -3{,}760128057084046\mathrm{e}\text{-}01 \\ 5{,}737902829739805\mathrm{e}\text{-}01 & -2{,}248770831006496\mathrm{e}\text{-}15 & 8{,}483917484204246\mathrm{e}\text{-}01 \\ 5{,}802174291013300\mathrm{e}\text{-}01 & 7{,}071067811865482\mathrm{e}\text{-}01 & -3{,}760128057084001\mathrm{e}\text{-}01 \end{bmatrix}.$$

Prześledźmy sposób obliczania macierzy transformacji $\mathbf{T}_u$, $\mathbf{T}_i$ przez odwołanie się do funkcji programu MATLAB. Macierz $\mathbf{A}_u = \mathbf{Z}'\mathbf{Y}'$, obliczona dla danych z analizowanego wydruku, ma następującą wartość (dla większej przejrzystości, zmniejszono liczbę znaczących miejsc):

$$\mathbf{Z}'\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} -0{,}1353\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0197\mathrm{E}-5 & -0{,}0195\mathrm{E}-5+\mathrm{j}\,0{,}0085\mathrm{E}-5 & -0{,}0205\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0100\mathrm{E}-5 \\ -0{,}0218\,\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0095\mathrm{E}-5 & -0{,}1310\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0192\mathrm{E}-5 & -0{,}0218\,\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0095\mathrm{E}-5 \\ -0{,}0205\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0100\mathrm{E}-5 & -0{,}0195\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0085\mathrm{E}-5 & -0{,}1353\mathrm{E}-5+\mathrm{j}0{,}0197\mathrm{E}-5 \end{bmatrix}$$

Fragment pliku wynikowego L400_PAR_PH.LIS.

```
…
Capacitance matrix,  in units of  [farads/kmeter ]  for the system of equivalent phase conductors.
Rows and columns proceed in the same order as the sorted input.

   1  9.962258E-09
   2 -1.526980E-09  1.026383E-08
   3 -4.467067E-10 -1.526980E-09  9.962258E-09

Impedance matrix,  in units of  [ohms/kmeter ]  for the system of equivalent phase conductors.
Rows and columns proceed in the same order as the sorted input.

   1  7.161787E-02
      4.594878E-01

   2  4.331943E-02  7.258155E-02
      1.448813E-01  4.494188E-01

   3  4.185105E-02  4.331943E-02  7.161787E-02
      1.082764E-01  1.448813E-01  4.594878E-01

Modal parameters at frequency  FREQ = 5.00000000E+01 Hz
 Mode    Resistance     Reactance   Susceptance   The surge impedance in units of [ohms]     Lossless  and  actual     Attenuation
          ohms/km       ohms/km        s/km          real          imag       lossless     velocity in [km/sec]       nepers/km
    1  1.570727E-01  7.187872E-01  2.435554E-06  5.464474E+02 -5.900984E+01  5.432519E+02  2.374383E+05  2.360498E+05  1.437217E-04
    2  2.976682E-02  3.512114E-01  3.270073E-06  3.280156E+02 -1.387556E+01  3.277220E+02  2.931480E+05  2.928856E+05  4.537410E-05
    3  2.846724E-02  2.958356E-01  3.778321E-06  2.801410E+02 -1.344745E+01  2.798181E+02  2.971497E+05  2.968071E+05  5.080878E-05

Eigenvector matrix  [Ti]  for current transformation:  I-phase = [Ti]*I-mode.   First the real part, row by row:
 5.991431833176021E-01 -7.071067811865462E-01 -4.052167378310909E-01
 5.310884029689407E-01 -2.670468863295909E-15  8.195113121629626E-01
 5.991431833176025E-01  7.071067811865489E-01 -4.052167378310873E-01
Finally,  the imaginary part,  row by row:
 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00
 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00
 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00

Z-surge in the phase domain.  Resistance and the imaginary part of  [Ti]  are ignored.
 3.863102322492520E+02
 9.159743428463436E+01 3.802619417935859E+02
 5.858824244919852E+01 9.159743428463437E+01 3.863102322492517E+02
…
```

Stosując funkcję *eig*() można bezpośrednio obliczyć wartości własne i macierz wektorów własnych macierzy $\mathbf{Z}'\mathbf{Y}'$:
[Tu,V]=eig(ZY),
gdzie: Tu odpowiada poszukiwanej macierzy $\mathbf{T}_u$, natomiast V (= $\mathbf{V}$) jest diagonalną macierzą wartości własnych:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} -0{,}1751\cdot 10^{-5} + \mathrm{j}0{,}0383\cdot 10^{-5} & & \\ & -0{,}1148\cdot 10^{-5} + \mathrm{j}0{,}0097\cdot 10^{-5} & \\ & & -0{,}1118\cdot 10^{-5} + \mathrm{j}0{,}0108\cdot 10^{-5} \end{bmatrix}.$$

Kolumny $\mathbf{s}_k$, k=1,2,..,n, macierzy wektorów własnych $\mathbf{T}_u = [\mathbf{s}_1 \quad \mathbf{s}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{s}_n]$ powstają w wyniku rozwiązania następujących równań (4.64):
$(\mathbf{A}_i - \lambda_k \mathbf{1})\mathbf{s}_k = 0$,
gdzie: λ_k, k=1,2,..,n, są kolejnymi wartościami własnymi macierzy $\mathbf{Z}'\mathbf{Y}'$.

Rozwiązanie równania o powyższej postaci nie jest jednoznaczne: jedno z rozwiązań należy przyjąć arbitralnie. W konsekwencji, macierz $\mathbf{T}_u$ jest także niejednoznaczna, zgodnie z (4.68).

W rozpatrywanym przypadku, w programie MATLAB uzyskuje się wynik:

$$\mathbf{T}_u = \begin{bmatrix} 0{,}5792 - \mathrm{j}\,0{,}0179 & -0{,}7071 - \mathrm{j}0{,}0003 & 0{,}3754 + \mathrm{j}0{,}0105 \\ 0{,}5727 - \mathrm{j}0{,}0195 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}0000 & -0{,}8469 - \mathrm{j}0{,}0280 \\ 0{,}5792 - \mathrm{j}\,0{,}0179 & 0{,}7071 + \mathrm{j}0{,}0003 & 0{,}3754 + \mathrm{j}0{,}0105 \end{bmatrix}.$$

Widać, że uzyskana macierz różni się od tej otrzymanej w rezultacie obliczeń w programie ATP-EMTP. Podstawowa różnica polega na zmianie znaku elementów ostatniej kolumny macierzy, co związane jest ze wspomnianą niejednoznacznością rozwiązania (kolumny obu macierzy mogą się różnić o stały, różny od zera, mnożnik).
Można teraz obliczyć modalną macierz admitancji $\mathbf{Y}_{\mathrm{mod}}$:

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{mod}} = \mathbf{T}_u^T \mathbf{Y}'\mathbf{T}_u = \begin{bmatrix} 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}2429 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}0000 & 0{,}0011 + \mathrm{j}\,0{,}0001 \\ 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}0000 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}3270 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}0000 \\ -0{,}0011 + \mathrm{j}0{,}0001 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}0000 & 0{,}0000 + \mathrm{j}0{,}3769 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \ \text{(S/km)}.$$

Jak widać, uzyskana macierz nie jest ‘w pełni’ diagonalna, a ponadto, części rzeczywiste elementów mogą być różne od zera (chociaż powinna to być macierz reaktancyjna). Jest to rezultat różnych błędów obliczeniowych. W celu uniknięcia powyższych błędów, w profesjonalnych programach do symulacji, stosowane są różne techniki normalizacji macierzy $\mathbf{T}_u$. Tutaj ograniczymy się jedynie do przyjęcia założenia, że jest to macierz diagonalna reaktancyjna:

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{mod}} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}0{,}2429\cdot 10^{-5} & & \\ & \mathrm{j}0{,}3270\cdot 10^{-5} & \\ & & \mathrm{j}0{,}3769\cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \ \text{(S/km)}.$$

Impedancja we współrzędnych modalnych może zostać obliczona na podstawie znanej macierzy wartości własnych **V**, z wykorzystaniem zależności: $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{\mathrm{mod}}\mathbf{Y}_{\mathrm{mod}}$. Stąd:

$Z_{k\,\mathrm{mod}} = \dfrac{\lambda_k}{Y_{k\,\mathrm{mod}}}$, gdzie indeks k wskazuje na numer współrzędnej (mody), natomiast λ_k jest k-tym elementem macierzy **V** (wartością własną). W ten sposób otrzymujemy:

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{mod}} = \begin{bmatrix} 0{,}1575 + \mathrm{j}0{,}7206 & & \\ & 0{,}0298 + \mathrm{j}0{,}3512 & \\ & & 0{,}0285 + \mathrm{j}0{,}2966 \end{bmatrix} (\Omega/\mathrm{km}).$$

Impedancja falowa (charakterystyczna) linii w składowych modalnych może być określona zgodnie z:

$Z_{fk\,\mathrm{mod}} = \sqrt{\dfrac{Z_{k\,\mathrm{mod}}}{Y_{k\,\mathrm{mod}}}}$, co daje następującą macierz:

$$\mathbf{Z}_{f\,\mathrm{mod}} = \begin{bmatrix} 547{,}83 - \mathrm{j}59{,}16 & & \\ & 328{,}02 - \mathrm{j}13{,}88 & \\ & & 280{,}85 - \mathrm{j}13{,}48 \end{bmatrix} (\Omega).$$

Elementy macierzy $\mathbf{Z}_{f\,\mathrm{mod}}$ są parametrami modelu linii w dziedzinie czasu. Powinny one być zatem wielkościami rzeczywistymi. W większości przypadków można założyć, że mamy do czynienia z linią niezniekształcającą (dla której $R/L=G/C$), co pozwala pominąć części urojone (ich źródłem w takim przypadku są błędy numeryczne).

Na podstawie (4.79) można obliczyć macierz impedancji falowych we współrzędnych fazowych (po pominięciu części urojonej):

$$\mathbf{Z}_f = \mathbf{T}_u \mathbf{Z}_{f\,\mathrm{mod}} \mathbf{T}_i^{-1} = \begin{bmatrix} 387{,}58 & 92{,}56 & 59{,}56 \\ 92{,}56 & 381{,}55 & 92{,}55 \\ 59{,}56 & 92{,}55 & 387{,}58 \end{bmatrix} (\Omega),$$

co dosyć dobrze przybliża macierz impedancji falowej w ostatniej części pliku wynikowego (*Z-surge*).

Wielkości te można także uzyskać po uruchomieniu programu: model4_7.acp. W pliku *Przyklad4_7.pch* znajdują się dane modelu analizowanej linii z zespoloną macierzą przekształceń: wiersze nieparzyste odnoszą się do części rzeczywistej, a wiersze parzyste – do części urojonej elementów macierzy.